

## AUXILIAR 13

MA3403 - PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA  
PROFESOR: FERNANDO LEMMA  
AUXILIARES: ENRIQUE CALISTO - MARTÍN CASTILLO

### Resumen

#### Distribución T-Student.

Si  $Z \sim N(0, 1)$ ,  $\chi^2 \sim \chi_n^2$ , con  $Z$  y  $\chi^2$  independientes. Entonces se dice que

$$T = \frac{Z}{\sqrt{\chi^2/n}} \sim t_n$$

distribuye como T de Student con  $n$  grados de libertad.

En particular si tenemos una m.a.s.  $X_1, \dots, X_n$  proveniente de una  $N(\mu, \sigma^2)$  con ambos parámetros desconocidos entonces

$$\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

En donde  $s^2$  es el estimador insesgado de la varianza:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

#### Test de Bondad de Ajuste.

Busca determinar si es que una variable aleatoria  $X$  posee una cierta distribución.

$i$	$M_i$	$n \cdot p_i$	$M_i - np_i$	$(M_i - np_i)^2 / np_i$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Total	$n$	$n$	0	$Q$

Donde  $M_i$  son la frecuencia obtenida del caso  $i$ , y los  $p_i$  son la probabilidad de estar en el grupo  $i$  asumiendo que la distribución de la v.a.  $X$  es la que se quiere probar.

La hipótesis nula es la aceptación de la distribución de prueba.

Cálculo de p-valor:

$$\mathbb{P}(\chi_k^2 > Q) \text{ donde } k = \text{cantidad de estados posibles} - \text{parámetros a estimar} - 1$$

### Problemas

**P1.** En la tabla se muestra el numero de habitantes de cada continente considerado en cada nivel de alfabetización, según los resultados de un estudio:

	Bajo	Medio	Alto	Total
Europa	34	35	36	105
América	41	40	37	118
África	120	6	1	127
Total	195	81	74	350

¿Como podría demostrar que el nivel de alfabetización depende del continente?

- P2.** Construya, usando el Test de Bondad de Ajuste, un test para testear independencia de variables.
- P3.** La velocidad  $X$  (en [m/s]) de ciertas partículas es una v.a.  $N(\mu, \sigma^2)$ . En una m.a.s. de tamaño  $n = 36$  se obtuvo  $\bar{X} = 21$  y  $s^2 = 25$ . Determine un intervalo de confianza del 95% para  $\mu$ . Comparelo con el IC obtenido si suponemos  $\sigma^2 = 25$ .