

TAREA 4

MA3403 - PROBABILIDADES Y ESTADISTICA
 PROFESOR: FERNANDO LEMA

P1. Se sabe que el peso de los escolares de cierta edad es una v.a. de media 60 kg y desviación estándar $\sigma = 3kg$. Además se sabe que el 25 % tiene sobrepeso.

Se realiza un plan de alimentación sana con la finalidad de bajar los niveles de sobrepeso. Terminando el plan se toma una muestra de 100 escolares, encontrándose un promedio de 58 kg, y 20 con sobrepeso. Suponga que el peso es una v.a. normal.

- Es posible afirmar que el peso promedio disminuyó después del plan de alimentación? Use $\alpha = 0,05$. Calcule el p-valor.
- Es posible afirmar que la proporción con sobrepeso disminuyó?. Use $\alpha = 0,05$. Contradice esto la parte i)?. Justifique.
- Calcule un intervalo de confianza del 90 % para la proporción de escolares con sobrepeso después del plan.
- Los 100 alumnos de la muestra fueron clasificados según su sobrepeso y tipo de colegio, obteniéndose la siguiente tabla: Depende el tener sobrepeso del tipo de establecimiento educacional?

	Con sobrepeso	Sin sobrepeso	
Municipal	11	29	40
Subvencionado	7	33	40
Particular	2	18	20
	20	80	100

Use $\alpha = 0,1$.

P2. a) Un supermercado quiere ver si la espera de sus clientes distribuye como una *Uniforme*(0, 10), para así saber cómo plantear una nueva forma de publicidad. Para realizar el estudio, se consideró una muestra de clientes durante 3 horas, llegándose a la siguiente tabla:

5.4	5.1	1.5	3.6	4.2	1.4	1	7.8	4.9	3.4
7.4	5.7	2	8	5.9	9.4	7.4	2.9	0.8	4.8
4	2.4	6.5	8.4	3.4	2.6	4.3	7	2.4	1.4
4.6	4.8	6.5	3.2	4.6	3.7	4.8	8.6	3.2	1

Tabla de tiempos de espera de 40 clientes

- Realice un test de ajustes considerando un nivel de significación de $\alpha = 0,05$.
 - ¿Se puede decir que menos del 40 % de los clientes espera más de 5 minutos? (Realice un Test de Proporciones).
- b) A una empresa de estudios de mercado se le encargó el estudio de la elección del nombre de una nueva marca de cigarrillos. Con este fin se realiza una encuesta cuyo resultado se presenta en la siguiente tabla de contingencia:

	Nombre de la Marca			
Percepción	Alazán	Corsario	Zodiaco	TOTAL
Viril	24	46	10	80
Ridículo	6	30	36	72
Sobrio	46	2	4	52
Vulgar	8	64	14	86
TOTAL	84	142	64	290

- i.- Analice si existe una relación entre la percepción del consumidor y el nombre de la marca. Use su resultado para elegir el nombre de la marca.
- ii.- Un estudiante dice que la proporción de personas de la población que encuentra vulgar los nombres propuestos se encuentra entre 0.28 y 0.35. ¿Con que confianza lo dice? (Note que el intervalo no es simétrico).

P3. Un laboratorio requiere determinar la concentración de ADN de una bacteria en un extracto dado. Considerando que se cometen errores de medición, se replica 20 veces la medición. En la tabla adjunta se presentan los datos obtenidos de manera aleatoria e independiente. Se sabe que las mediciones se ajustan a una distribución $N(\mu, \sigma^2)$, donde μ y σ son desconocidos y μ es el valor real de la concentración de ADN.

# Réplica	Concentración	# Réplica	Concentración	# Réplica	Concentración
1	0.503	8	0.549	15	0.496
2	0.249	9	0.563	16	0.790
3	1.047	10	0.706	17	0.518
4	0.670	11	0.503	18	0.463
5	0.882	12	0.536	19	0.735
6	0.858	13	1.168	20	1.038
7	0.805	14	0.813		

- i.- Encuentre el intervalo de confianza al 95 % para μ a partir de los datos de la tabla.
- ii.- Para el laboratorio es más arriesgado sobreestimar el valor real de μ de la concentración. Encuentre un intervalo $[a, b]$ de modo que la concentración de ADN pertenezca a dicho intervalo con un nivel de confianza de 95 % y tal que $\mathbb{P}(\mu < a) = \frac{1}{4}\mathbb{P}(\mu > b)$
- iii.- Para demostrar al laboratorio la baja calidad de las mediciones, se solicita a usted que encuentre un intervalo al cual pertenezca σ^2 , el valor real de la varianza de la medición, con un nivel de confianza de 90 %.

P4. En el año 2000, en las salas cunas de la Región Metropolitana se obtuvieron datos sobre 622 niñas y 694 niños recién nacidos. Supongamos que X e Y son las variables aleatorias que representan los perímetros del cráneo de las niñas y de los niños respectivamente. Se observó en las muestras que las medias de cada grupo son $\bar{x} = 34,643$ cm, $\bar{y} = 35,062$ cm, y las varianzas de $S_1^2 = 2,18$ cm², $S_2^2 = 2,16$ cm².

- i.- Se sabe que en la totalidad del país, los datos indican que el perímetro del cráneo de los recién nacidos de sexo masculino es en promedio 35 cm con una desviación estándar de 1.35 cm. ¿Los recién nacidos de sexo masculino de la Región Metropolitana poseen un perímetro de cráneo significativamente diferentes a la totalidad del país?
- ii.- Queremos ahora comparar los perímetros del cráneo de los recién nacidos niños y niñas de la Región Metropolitana. Estudie la hipótesis:

$$H_0 : M_x < M_y.$$

- iii.- Estudie las hipótesis:

$$H_0 : \sigma_y^2 < 2,$$

$$H_1 : \sigma_y^2 > 2.$$

Con $X \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$, $Y \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$.

P5. a) Sea $\sim \exp(\lambda)$, $\beta = 1/\lambda$ y $X_1, \dots, X_n$ una muestra aleatoria.

- i.- ¿Cuál es el E.M.V. de β . ¿Qué distribución tiene para n grande?
- ii.- Se desea estudiar

$$H_0 : \beta \leq \beta_0$$

$$H_1 : \beta > \beta_0$$

Usando (i) determine la condición para rechazar H_0 y evalúe si $n = 100$, $\beta_0 = 5$. Además para $\bar{X} = 5,7$ y $\alpha = 0,05$ calcule el p -valor.

b) Sea $X \sim \exp(\lambda_X)$, $\beta_X = 1/\lambda_X$ y $X_1, \dots, X_n$ una muestra aleatoria, e $Y \sim \exp(\lambda_Y)$, $\beta_Y = 1/\lambda_Y$ y $Y_1, \dots, Y_m$ otra muestra aleatoria, con X e Y independientes.

i.- Se desea estudiar

$$H_0 : \beta_X \geq \beta_Y$$

$$H_1 : \beta_X < \beta_Y$$

Indique el procedimiento para resolver el test.

ii.- ¿Cómo cambia su respuesta si ahora se tiene

$$H_0 : \beta_X \geq k\beta_Y$$

$$H_1 : \beta_X < k\beta_Y$$

con k constante?