

AUXILIAR 4: VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS

MA3403 - PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA

PROFESOR: FERNANDO LEMA

AUXILIARES: ENRIQUE CALISTO & MARTÍN CASTILLO

10 DE ABRIL DE 2015

Problemas

P1. En una determinada población que tiene H hombres y M mujeres, se sabe que el peso de hombres y mujeres tiene una función de densidad f_H y f_M respectivamente. Calcule la función de densidad del peso de toda la población (total entre hombres y mujeres).

P2. Sea X v.a. continua con densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} ke^{bx} & x > 0 \\ 0 & \sim \end{cases} \quad k, b \text{ ctes.}$$

a) Determine condiciones sobre k y b para que $f_X(x)$ esté bien definida. ¿cuál es la probabilidad que X sea irracional?.

b) Muestre que $\mathbb{P}(X > t + s | X > s) = \mathbb{P}(X > t) \quad \forall s, t \geq 0$

P3. Un juego de video consta de n etapas de tal forma que para un jugador normal, la etapa i -ésima es superada con probabilidad p_i , si la anterior lo fué, y es superada con probabilidad $p_i/2$, si la anterior no lo fué. Considere que la primera etapa se supera con probabilidad α .

a) Plantee un diagrama o espacio muestral para $n = 3$. Calcule la probabilidad de superar la etapa 3.

b) Si un jugador pasa la etapa 3, ¿Cuál es la probabilidad que haya pasado la etapa 1?

c) Si $p_i = p \quad \forall i$ y $p(j) = \mathbb{P}(\text{superar la } j\text{-ésima etapa})$.
Muestre que

$$p(j) = \frac{p}{2}p(j-1) + \frac{p}{2}$$

¿Cuánto vale $\lim_{j \rightarrow \infty} p(j)$?

P4. Un grupo de n jugadores participan en el siguiente juego. Se escoge un número entero entre 1 y n_1 y el primer jugador trata de adivinarlo. Si acierta se acaba el juego y gana, en caso contrario se encoge un número entre 1 y n_2 y el segundo jugador adivina. Si acierta se acaba el juego, en caso contrario se continúa hasta que algún jugador acierta o se acaban los jugadores.

a) Calcule la probabilidad que el jugador i gane $\forall i = 1, \dots, n$. Determine como deben ser los n_i para que el juego sea justo, es decir, para que:

$$\mathbb{P}(\text{jugador } i \text{ gane}) = \mathbb{P}(\text{jugador } j \text{ gane}) \quad \forall i, j$$

b) Suponga que el jugador i no ganó. Calcule la probabilidad que el jugador j haya ganado.

c) Suponga que el jugador 3 no tiene oportunidad de tratar de adivinar. Calcule la probabilidad de que el jugador 1 no haya ganado.