

AUXILIAR 3: VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS

MA3403 - PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA

PROFESOR: FERNANDO LEMA

AUXILIARES: ENRIQUE CALISTO & MARTÍN CASTILLO

4 DE ABRIL DE 2015

Problemas

P1. Suponga que un borrachito da un paso a la derecha con probabilidad p y un paso a la izquierda con probabilidad $1 - p$. Para modelar la trayectoria que sigue el borrachito supondremos que se posiciona sobre un número entero, comenzando en el origen. Encuentre la probabilidad de que se caiga en la posición $k \in \mathbb{Z}$ luego de n saltos. Deduzca la función de probabilidad de la posición del borrachito.

P2. Sea X v.a. tal que $X \sim \text{Binomial}(n, p)$. Calcule $\mathbb{P}(X = k)$ cuando $n \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$, y $np = \lambda$.

P3. [Poisson Filtrada]

Sea X igual al número de autos que transitan por una determinada calle durante un intervalo de tiempo de longitud t . Suponga que X tiene una distribución de *Poisson* de parámetro αt . Los autos llegan a una bifurcación y con probabilidad p toman la izquierda y $1 - p$ toman la derecha.

Si R es igual al número de autos que toma la izquierda durante el intervalo específico. ¿Cuál es la función de probabilidad de R ?

P4. Sea X una v.a. $\text{Geom}(p)$, con $p \in (0, 1)$. Pruebe que

$$\mathbb{P}(X = n + k | X > n) = \mathbb{P}(X = k) \quad \forall n \geq 0, k \geq 1$$

P5. Un fugitivo se encuentra en una de n zonas (no conectadas entre sí). La probabilidad de que se encuentre en la i -ésima zona es p_i , y si está ahí y se le busca, se le encuentra con probabilidad α_i .

a) Si se hace una búsqueda en todas la zonas:

i. Determine la probabilidad de encontrarlo.

ii. Si no se le encuentra, calcule la probabilidad que esté en la zona 1 ¿Qué pasa con los eventos anteriores si $\alpha_i = \alpha \forall i$?

b) Se le buscó en la zona j y no se encontró; calcule la probabilidad que esté en la zona i , $\forall i, j$

c) Considere $p_1 = 1$, $a_1 = 1/3$. Determine cuántas búsquedas (sucesivas e independientes) se deben hacer en la zona 1 para encontrarlo con probabilidad 0.99.

¿Qué distribución tiene la v.a. $X =$ número de búsquedas necesarias?

P6. Una urna contienen bolas enumeradas de 1a n . Si m bolas son extraídas aleatoriamente y en secuencia, y cada vez es repuesta la bola seleccionada anteriormente.

Encuentre $\mathbb{P}(X = k)$, $k = 1, \dots, n$, donde X es el máximo de los m números extraídos.