

## AUXILIAR 2

MA3403 - PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA  
PROFESOR: FERNANDO LEMA  
AUXILIARES: MARTIN CASTILLO & ENRIQUE CALISTO

### Resumen

**Definición:** Sean  $A, B$  eventos tales que  $\mathbb{P}(B) > 0$ . La probabilidad de  $A$  condicionado por  $B$  se define por:

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$

**Propiedades:** A continuación, las más relevantes:

1. **Fórmula de Bayes:** Dados  $A, B$  eventos, se tiene que:

$$\mathbb{P}(B|A) = \frac{\mathbb{P}(A|B)\mathbb{P}(B)}{\mathbb{P}(A)}$$

2. **Probabilidades Totales:** Sea  $\Omega$  un espacio muestral y  $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  partición de  $\Omega$ , entonces:

$$\mathbb{P}(A) = \sum_{n \in \mathbb{N}} \mathbb{P}(A|A_n)\mathbb{P}(A_n)$$

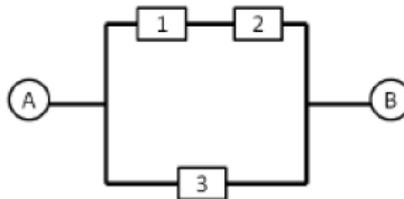
3. **Multiplicación de Probabilidades:** Si  $A_1, A_2, \dots, A_n$  son eventos, entonces:

$$\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cdots \cap A_n) = \mathbb{P}(A_1) \prod_{i=2}^n \mathbb{P}(A_i | A_1 \cap \cdots \cap A_{i-1}) = \mathbb{P}(A_n) \prod_{i=1}^{n-1} \mathbb{P}(A_i | A_{i+1} \cap \cdots \cap A_n)$$

**Definición:** Diremos que dos eventos  $A$  y  $B$  son independientes si  $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$ .

### Problemas

- P1.** Considere que en el circuito de la figura las componentes 1, 2 y 3 tienen una probabilidad  $p$  de funcionar, y  $1 - p$  de fallar, y lo hacen de forma independientes.



- a) Calcule la probabilidad de que no exista flujo de  $A$  a  $B$ .
- b) Calcule la probabilidad de que 1 esté bueno, sabiendo que no hay flujo.

**P2.** Una prueba está compuesta por preguntas cada una con 5 alternativas. Un alumno sabe la respuesta de una pregunta (debido a que estudió la materia asociada) con probabilidad  $p$ . En tal caso, contesta correctamente. En caso contrario contesta al azar.

- a) Si un alumno contesta correctamente una pregunta. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sabido la respuesta?
- b) Un alumno dice que estudió la mitad de la materia y contesta correctamente una pregunta. ¿Qué confianza se debe tener a la afirmación del alumno?
- c) La prueba consta de 10 preguntas y otro alumno contesta todas de manera correcta. Calcule la probabilidad de que haya sabido al menos una pregunta.

**P3.** Demuestre la siguiente equivalencia:

$$A \text{ es independiente de todo evento} \iff \mathbb{P}(A) = 0 \text{ ó } 1.$$

**P4.** Cierta enfermedad se transmite en forma genética del siguiente modo:

- Si sólo el padre presenta la enfermedad, el hijo tendría probabilidad  $a$  de presentarla.
- Si sólo la madre presenta la enfermedad, el hijo tendrá probabilidad  $b$  de presentarla.
- Si ambos padres la presentan, el hijo la presentará con probabilidad 1.

Además, cada uno de los padres tiene probabilidad  $p$  de presentar la enfermedad, en forma independiente entre ellos.

- a) Si un tipo está enfermo, ¿Cuál es la probabilidad de que la enfermedad le haya sido transmitida sólo por la madre?
- b) Si hay dos hermanos, y uno de ellos está enfermo, ¿Cuál es la probabilidad de que el otro hermano también esté enfermo?