

Más de lo mismo ($\sigma \neq 0$) [Formulario másico Brutal]

Si tengo una EDO orden 2 $y'' + \tilde{a}_1 y' + \tilde{a}_0 = \tilde{Q}$

i) Si me dan las soluciones

1) SACO y_1, y_2 de y_h (usando la fórmula)

2) Veo que son li $\Rightarrow$ calculo $w(y_1, y_2)$

3) Uso fórmula $y_h = -y_1 \int \frac{\tilde{Q} y_2}{w(y_1, y_2)} + y_2 \int \frac{\tilde{Q} y_1}{w(y_1, y_2)}$ y luego $y = y_p + y_h$

ii) Si me dan la edo y 1 solución

1) Calculo $w(x) = C e^{-\int \tilde{a}_1 dx}$

2) Me doy un y_2 y despejo de $w(y_1, y_2) = \text{algo}$

3) Como se cumple que y_1, y_2 son li luego conforman $\mathcal{P} = \langle y_1, y_2 \rangle$
y construyo $y_h = C_1 y_1 + C_2 y_2$

4) Uso i.3. y concluyo

iii) Si me dan la edo y 2 soluciones

1) Normalizo la EDO y defino el $\tilde{Q}$

2) Compruebo que las soluciones (y_1, y_2) son li (calculo w)

3) Uso el paso i.3) y concluyo.

ORDEN N
- COEF CONSTANTES

□ Si tengo una EDO orden n:

i) Si me dan una EDO homogénea a coef constantes:

1) Factorizo la EDO (los $D^{(n)}$)

2) SAO los λ 's correspondientes

3) Uso el teorema: a) PARA λ real $\rightarrow \{e^{\lambda x}, xe^{\lambda x}, x^2e^{\lambda x} \dots x^{m-1}e^{\lambda x}\}$ multiplicidad $\downarrow$

b) PARA $\lambda_{1,2} \in \mathbb{C} \rightarrow \begin{cases} e^{\lambda x} \cos(\beta x) \dots x^{m-1} e^{\lambda x} \cos(\beta x) \\ e^{\lambda x} \sin(\beta x) \dots x^{m-1} e^{\lambda x} \sin(\beta x) \end{cases}$
 $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta$

4) y_h será una combinación lineal de estas funciones.

ii) EDO coef constantes no homogénea $P(D)y = \bar{a}_k$

1) Si $\bar{a}_k = \underbrace{g_k(x)}_{\text{polinomio}} e^{\lambda_0 x} \begin{cases} \text{exponencial - os - sen} \\ \text{exponencial - cos - sen - polinomio} \end{cases}$

1.1) Calculo y_h de $P(D)y = 0$ usando el método i

1.2) Separo el lado derecho según diferentes $e^{\lambda_m x}$ (facilitando m)

1.3) PARA cada $g_m(x)e^{\lambda_m x}$ busco un operador anulador $(D - \lambda_m)^{m+1}$ y calculo las funciones asociadas a λ_m usando i.3)

1.4) y_p será una combinación de cada solución PARA λ_m respectivo multiplicado por $x^{\bar{m}}$ si λ_m se repite al lado izquierdo, $\bar{m}$ multiplicidad del lado izquierdo.

1.5) Aplico $P(D)$ a y_p e igualo a $g_k(x)e^{\lambda_0 x}$ (original) PARA despegar las constantes

1.6) y es $y_h + y_p$
 $\in S$ $\in \mathbb{R}$

2) $P(\lambda) = \bar{Q}$ con $\bar{Q}$ random (no mezcla exponenciales + senos)

i) Buscamos los valores característicos de la ecuación homogénea $P(\lambda) = 0$ [lo mismo de siempre]

ii) Calculo las soluciones l_i de la ecuación usando con las raíces propias

iii) Construimos las matrices $\Phi(\lambda) = \begin{pmatrix} y_1 & \dots & y_n \\ \vdots & & \vdots \\ y_1^{(n-1)} & \dots & y_n^{(n-1)} \end{pmatrix}$
y $\Phi(\lambda)^{-1}$ (la inversa)

Obs Es útil recordar que para $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}_{2 \times 2}$, la inversa (si tiene) es $\frac{1}{\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

iv) definimos $b = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ \bar{Q}(\lambda) \end{pmatrix}$ y calculamos $\Phi(\lambda)^{-1} b(\lambda) = \begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix}$

v) Calculamos las integrales para cada f_n , luego $F_n = \int f_n$

vi) Finalmente la solución particular será

$$y_p = y_1(x) F_1(x) + y_2(x) F_2(x) + \dots + y_n(x) F_n(x) \quad \text{con } y_1, \dots, y_n \text{ sol. homogéneas li.}$$

ECUACIÓN NO HOMOGÉNEA VARIABLE $\Rightarrow$ LLORAR

#JARA2015