MA2601-3 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
Profesora: Karina Vilches - Auxiliar: Dario Palma

Auxiliar 10

Repaso

Antes que todo recordemos que para los sistemas lineales no homogeneos se procede como con EDOs normales, se obtiene la solución para el sistema homogéneo $\phi(t)$ y luego tenemos la solución:

$$X'(t) = A(t)X(t) + B(t)$$
$$X(t_0) = X_0$$
$$\implies X(t) = \phi(t)X_0 + \phi(t)\int_{t_o}^{t} \phi(s)^{-1}B(s)ds$$

P0 Encuentre la solución al sistema lineal:

$$X' = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}$$

Transformada de Laplace

Se define como

$$L[t](s) = \int_0^\infty e^{-st} f(t)dt$$

A continuación deduciremos sus propiedades principales.

P1 Calcule las siguientes transformadas básicas:

a) $L[cos(at)](s)$

b) $L[sen(at)](s)$

c) $L[e^{at}](s)$

d) $L[f''(t)](s)$

e) $L[t^n](s)$

f) $L[H(\tau)](s),\ H(\tau) = \int_a^\tau f(t)dt$

g) $L[t^n f(t)](s)$

h) $L[f_p(t)]$ con la función de periodo p cualquiera.

j) Desplazamiento temporal $L[f(t-a)H(t-a)](s)$ tal que

$$H(t-a) \begin{cases} 0, & t < a \\ 1, & t > a \end{cases}$$

(función HeavySide)

P2 Resuelva las siguientes EDOs utilizando transformada de Laplace y antitransformada:

a)
$$tx''(t) - tx'(t) + x(t) = 2$$
$$x(0) = 2,\ x'(0) = -1$$

b)
$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = e^t$$
$$y(0) = 0,\ y'(0) = 0$$

c) Delta de Dirac
$$x''(t) + 4x(t) = sin(2t) + \delta(t - 4\pi)$$
$$x(0) = x'(0) = 1$$

d)
$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = te^{2t}$$
$$y(0) = 1,\ y'(0) = 0$$

e)
$$y''(x) - y'(x) - 2y(x) = 4x^2$$
$$y(0) = 1,\ y'(0) = 4$$