MA2601-3 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
Profesora: Karina Vilches - Auxiliar: Dario Palma

Auxiliar 7 - Repaso Control 2

P1 Resuelva las siguientes EDO con un buen cambio de variable:

1. $y'' + 16y = 2cos^2(2x)$
2. $(1 - x^2)y''(x) - xy'(x) + y(x) = 0$ Hint: busque un cambio para x
3. $y'' + 2y' + 2y = cosh(2x)$

P2 Considere la ecuación diferencial de orden n a coeficientes constantes

$$a_n y^n + a_{n-1} y^{n-1} + ... + a_1 y' + a_0 y = 0 \ (1)$$

Suponga conocídas las raíces del polinomio característico asociado a (1). A partir de esto deduzca la solución general de la ecuación diferencial considerando $u \neq 0$

$$a_n u^n y^{(n)} + a_{n-1} u^{n-1} y^{(n-1)} + ... + a_1 u y' + a_0 y = 0 \ (2)$$

P3 Considere para $k \in \mathbb{N}$

$$z'' + kz = 0$$

Calcule la solución explícita de este problema y observe que a mayor k la solución oscila mas rápido.

P4 Sean p y q funciones continuas en $[1, \infty)$. Suponga la ecuación

$$y'' + p(x)y = 0, \ x \in [1, \infty)$$

tiene una solución no nula que es oscilatoria. Demuestre que si $q(x) \geq p(x)$ para todo x, entonces toda solución no nula de

$$y'' + q(x)y = 0, \ x \in [1, \infty)$$

también es oscilatoria.

P5 Si y_1 y y_2 forman una base de soluciones de una misma EDO lineal de orden 2 pruebe que entre dos ceros consecutivos de y_2 hay siempre una y solo una raíz de y_1. Hint: utilice las propiedades del wronskiano

P6 Sean $p(t)$, $q(t)$ y $f(t)$ funciones continuas en $[0,1]$, α y β constantes. Considere el problema de encontrar $X:[0,1]\to\mathbb{R}$ tal que satisfaga

$$P\begin{cases} X''+p(t)X'+q(t)X=f(t) \\ X(0)=\alpha \ X(1)=\beta \end{cases} \tag{1}$$

Suponga que $q(t)<0$ $\forall t\in[0,1]$.

a. Muestre que si $f(t)\leq 0$ en $[0,1]$ y $\alpha,\beta\geq 0$, entonces una solución de X de P satisface $X\geq 0$ $\forall t\in[0,1]$. Indicación: Considere que $X(t)$ alcanza su mínimo en t_0 y vea que condiciones cumple la derivada en ese punto.

b. Use la parte a. para probar que si $\alpha=\beta=0$ y $f(t)=0$ entonces $X=0$. Deduzca que de existir una solución de P y esta debe ser única.

c. Demuestre que la solución de P siempre existe. Indicación: considere la solución general $X=C_1X_1+C_2X_2+X_p$.