

MA2002 - Cálculo Avanzado y Aplicaciones**Semestre Otoño 2015****Profesor:** Mauricio Soto**Auxiliar:** Leonel Huerta**Clase Auxiliar 12****3 de Agosto****P1. Control 2, primavera 2008.**Para $a > 1$ y $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, calcule las integrales:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos(n\theta)}{a - \cos(\theta)} d\theta \quad , \quad \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin(n\theta)}{a - \cos(\theta)} d\theta$$

P2. Control 2, verano 2009.(a) Determine los ceros y polos (con sus órdenes) de la función: $f(z) = \frac{e^{2z} \sin(z)}{z^3(z+i)}$ (b) Calcule usando la fórmula de Cauchy y el teorema de los residuos: $\int_{\gamma} f(z) dz$ Donde f es la función de la parte anterior y $\gamma : |z - 1 - i| = r > 0$.**P3. Control 2, primavera 2012.**Considere el polinomio $p(z) = (z + (1+i))(z + (1-i))$. Se desea calcular:

$$I = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p'(it)}{p(it)} dt$$

(i) Compruebe que: $\frac{p'(z)}{p(z)} = \frac{1}{z + (1+i)} + \frac{1}{z + (1-i)}$ (ii) Para la curva γ_R formada por los dos arcos regulares, $L_R = [-iR, iR]$ y la semicircunferencia $S_R = \{z : |z| = R, \operatorname{Re}(z) \leq 0\}$ (curvas que dependen de $R > 0$), muestre que:

$$\int_{\gamma_R} \frac{p'(z)}{p(z)} dz = 4\pi i$$

(iii) Muestre que:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{S_R} \frac{dz}{z + (1+i)} = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{S_R} \frac{dz}{z + (1-i)} = i\pi$$

(iv) Usando los resultados anteriores, calcule:

$$I = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p'(it)}{p(it)} dt$$