MA2002 - Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Semestre Otoño 2015
Profesor: Mauricio Soto
Auxiliar: Leonel Huerta

Clase Auxiliar 9
11 de Mayo

P1. Expanda en series de potencias la función $f(z) := \dfrac{1}{1-z}$ en torno a:

- $z_0 = 0$
- $z_0 = -1$
- $z_0 = i$

Dibuje los 3 radios de convergencia y relaciónelos con la distancia de z_0 a 1.

P2. Encuentre el radio de convergencia R y el valor (como función de z) de cada una de las siguientes series:

(a) $S_1 = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{2^{n+1}}(z+8i)^n$

(b) $S_2 = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (z+2i)^{3n}$

(c) $S_3 = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \cos(in) z^n$

P3. (a) Encuentre el máximo dominio $\Omega \subseteq \mathbb{C}$ donde la función:

$$f(z) := \frac{1}{2i} \ln\left(\frac{1+iz}{1-iz}\right)$$

es holomorfa, y demuestre que $\tan(f(z)) = z$, es decir, $f(z) = \arctan(z)$.

(b) Calcule f' y determine su desarrollo en serie de potencias en torno a $z = 0$, explicitando su radio de convergencia. Deduzca a partir de lo anterior, el desarrollo en serie para f en torno a $z = 0$.