MA2002 - Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Semestre Otoño 2015
Profesor: Mauricio Soto
Auxiliar: Leonel Huerta

Clase Auxiliar 5
13 de Abril

P1. ***Problema 2, capítulo 5, apunte.***

Sea $\vec{r}$ el campo vectorial dado por $\vec{r}(x,y,z) = (x,y,z)$. Dada una superficie regular S y un vector fijo $\vec{v_0} \in \mathbb{R}^3$, demuestre que:

$$\int\int_S \vec{v_0} \cdot d\vec{A} = \begin{cases} \frac{1}{2}\int_{\partial S}(\vec{v_0} \times \vec{r}) \cdot d\vec{r} & \text{si } S \text{ tiene borde } \partial S \neq \phi \\ 0 & \text{si } S \text{ es una superficie cerrada} \end{cases}$$

donde S y ∂S tienen orientaciones compatibles.

P2. Considere el campo vectorial conservativo:

$$\vec{G}(x,y,z) = (y^2\cos(x) + z^3, 2y\sin(x) - 4, 3xz^2 + 2)$$

1. Encuentre g tal que $\triangle g = \vec{G}$.
2. Calcule $\int_C \vec{G} \cdot d\vec{r}$ donde C es la curva:

$$x(t) = \sqrt{2\pi - t}\cos(t)$$
$$y(t) = \sqrt{2\pi - t}\sin(t)$$
$$z(t) = t \qquad t \in [0, 2\pi]$$

P3. Sea Γ la curva que se obtiene de intersectar la superficie $z = x^2 + y^2$ con la superficie de la esfera unitaria. Considere Γ recorrida en sentido antihorario.

Sea $\vec{F} = \frac{1}{\rho}\hat{\theta} + z\hat{k}$ (en coordenadas cilíndricas). Pruebe que $\text{rot}(\vec{F}) = \vec{0}$ para $\rho > 0$, pero que sin embargo, $\oint_\Gamma \vec{F} \cdot d\vec{r} \neq 0$. ¿Contradice esto el teorema de Stokes?

P4. Considere el campo vectorial:

$$\vec{F}(x,y,z) = (-\frac{y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2} + 2y, 0)$$

Muestre que $\vec{F}$ es un campo irrotacional, pero no conservativo.