

MA2002 - Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Semestre Otoño 2015
Profesor: Mauricio Soto
Auxiliar: Leonel Huerta

Clase Auxiliar 4
6 de Abril

P1. (a) Calcule $\oint_{\Gamma} (y^2, z^2, x^2) \cdot d\vec{r}$, donde Γ es el triángulo de vértices $(0, 0, 0)$, $(0, a, 0)$ y $(0, 0, a)$, recorridos en este orden, y compruebe el teorema de Stokes.

(b) Sea S el hemisferio superior de la esfera $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$. Considere el campo definido por $\vec{F}(x, y, z) = (z \sin(x) - y^3, z \cos(y) + x^3, \cos(xy))$. Calcule $I = \int \int_S \vec{\nabla} \times \vec{F} \cdot d\vec{S}$.

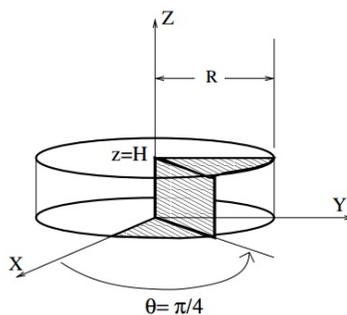
P2. Calcule la integral $\int \int_S F \cdot dS$, donde S es la superficie de la semibola $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $z \geq 0$ y

$$F(x, y, z) = (x + 3y^5)\hat{i} + (y + 10xz)\hat{j} + (z - xy)\hat{k}$$

(Hacer que la normal unitaria apunte hacia arriba)

P3. Control 1, Primavera 2011.

La superficie S corresponde a la unión de 3 pedazos. Por una parte, 2 sectores circulares horizontales de radio 1, y centrados en el eje Z , de los cuales el primero corresponde a $\theta \in [0, \pi/4]$ y altura $z = 0$ y el segundo, $\theta \in [\pi/4, \pi/2]$ y altura $z = H$. El tercer pedazo es un rectángulo definido por $0 \leq \rho \leq 1$, $0 \leq z \leq H$ y $\theta = \pi/4$. Ver figura. Se define el campo vectorial, en coordenadas cilíndricas, $\vec{F} = \rho^2 \hat{z} + z \rho \hat{\rho}$.



(a) Usando la definición de integral de trabajo, calcule la circulación:

$$\oint_{\partial S} \vec{F} \cdot \hat{t} ds$$

(b) Calcule la misma circulación, pero utilizando el Teorema de Stokes.