



Auxiliar 13

Preparación C3.

P1 a) Calcule

$$\int_0^1 \int_w^1 \int_y^1 e^{x^3} dx dy dw.$$

Indicación: Escriba la integral de la forma $\iiint \dots dy dx dw$ integre una vez y luego escriba la integral resultante como $\iint \dots dw dx$.

b) Sea $E \subseteq \mathbb{R}^3$ la región

$$E = \{(x, y, z) : z \geq 0, x + 2y + z \leq 1, y \geq |x|\}$$

Calcule por integración el volumen de E y encuentre

$$\iiint_E y dV.$$

P2 a) Encuentre (si existen) los valores máximo y mínimo de la función

$$f(x, y) = 4x^2 + 10y^2$$

en el disco $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$.

b) Encuentre el máximo de la función

$$f(x, y, z) = \ln(x) + \ln(y) + 3 \ln(z)$$

restringido a la porción de esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 5r^2$ donde $x > 0$, $y > 0$ y $z > 0$. Use el resultado para probar que para tres reales positivos a, b y c , se cumple la desigualdad:

$$abc^3 \leq 27 \left(\frac{a + b + c}{5} \right)^5$$

P3 a) Considere la función $f(x, y) = \cos(x^{-1}y^{-1})$ definida sobre la región

$$\mathcal{D} = \{(x, y) : 0 < x \leq 1, 0 < y \leq 1\}$$

Demuestre que f es integrable sobre $\mathcal{D}$.

b) Demuestre que la función $f(x, y) = x \ln(y)$ es integrable en $D = \{x > 0, y > 0, 2(x-1)^2 > y\}$ y encuentre

$$\int_D x \ln(y) dx dy$$