

## MA2001-7 Cálculo en Varias Variables.

Profesor: Mauricio Soto.

Auxiliar: Felipe Salas.



# Auxiliar 7

11 de mayo de 2015

**P1.** Dados  $b > a > 1$ , encuentre todos los valores críticos de:

$$f(x, \theta) = \ln \left( \sqrt{a^2 + b^2 + x^2 - 2ab \sin(\theta) - 2ax \cos(\theta)} \right)$$

Y clasifíquelos.

**Indicación:** Observar que si  $f = g \circ h$ , donde  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es creciente tal que la composición tenga sentido, entonces  $f$  y  $h$  tienen los mismos puntos extremos.

**P2.** Sea  $B$  una matriz simétrica semi definida positiva y  $c \in \mathbb{R}^n$ . Considere la función  $f(x) = x^t B x + c^t x$ . Encuentre los mínimos de  $f$ .

**P3.** a) Sea  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  una función de clase  $\mathcal{C}^2$  tal que la matriz  $f''(x)$  es semidefinida positiva para todo  $x \in \mathbb{R}^n$ . Demuestre que si  $x_0$  es punto crítico de  $f$ , entonces  $x_0$  es un punto de mínimo global de  $f$ .

b) Use la parte anterior para demostrar que para todo par de números reales  $x, y$ , vale la desigualdad:

$$x^4 + y^4 + x^2 + y^2 + 2x^2y^2 - 2xy - x - y + \frac{3}{4} \geq 0$$