MA2001-7 Cálculo en Varias Variables.
Profesor: Mauricio Soto
Auxiliar: Felipe Salas.

Auxiliar 2

P1. Determine el dominio, recorrido y curvas de nivel de las siguientes funciones.

a) $f(x,y)=\frac{1}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$.

b) $f(x,y)=\ln(\sin(x^2+y^2))$.

c) $f(x,y)=\arcsin(\frac{x}{y^3})$

P2. Sea E,F un espacios vectoriales normados, $C\subseteq E$ cerrado, considere $f:C\to F$ continua.

a) Muestre que $\forall D\subseteq F$ cerrado $f^{-1}(D)$ es cerrado.

b) Concluya que las curvas de nivel de una función continua con dominio cerrado son conjuntos cerrados.

c) Muestre $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+\ln(1+x^2+y^2)=\sin(xy)\}$ es cerrado.

P3. Determine si las siguientes funciones son continuas:

(I) $g:[0,\frac{\pi}{4}]\times[0,1]\to\mathbb{R}$

$$g(x,y)=\begin{cases}\tan(xy)^{\frac{1}{1-\tan(xy)}} & si\ (x,y)\neq(\frac{\pi}{4},1)\\ e^{-1} & si\ (x,y)=(\frac{\pi}{4},1).\end{cases}$$

(II) $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$

$$f(x,y)=\begin{cases}(2x^2+y^2)sen\left(\frac{1}{x^4+2y^2}\right) & si\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & si\ (x,y)=(0,0).\end{cases}$$

(III) $h:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$

$$h(x,y)=\begin{cases}\frac{|xy|^\alpha}{x^2-xy+y^2} & si\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & si\ (x,y)=(0,0).\end{cases}$$

(Vea para que valores de α, $h(x,y)$ es continua).

P4. Sean $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$. Considere $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por:

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{2x^\alpha+y^4}{|x|+3|y|} & si\ (x,y)\neq(0,0)\\ \beta & si\ (x,y)=(0,0).\end{cases}$$

a) Para $\alpha=1$ demuestre que no existe ningún valor de $\beta\in\mathbb{R}$ que haga de f una función continua en $(0,0)$.

b) Para $\alpha=2$, demuestre que existe $\beta\in\mathbb{R}$ que hace de f una función continua en $(0,0)$ y calcule su valor de forma explícita.