

MA2001-6 Cálculo en Varias Variables**Profesor:** Patricio Felmer A.**Auxiliar:** Diego Marchant D.

“Matemáticos: De pie sobre los hombros de los demás” -

Carl Friedrich Gauss

Auxiliar Extra 1

15 de Abril de 2015

1. Trabajo Dirigido

1. Sea

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right), y > \tan(x)\}$$

Determine (sin demostrar) $\text{Int}(A)$, $\text{Adh}(A)$ y $\text{Fr}(A)$ y exprese estos conjuntos de forma analítica. Determine si el conjunto es abierto, cerrado o ninguno de los anteriores.

2. Considere la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x \sin(xy)}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a) Muestre que f es diferenciable en todo punto $(x, y) \neq (0, 0)$.b) Muestre que f continua en $(0, 0)$.c) Calcule (si existen) las derivadas direccionales $f'((0, 0); (e_1, e_2))$ con $(e_1, e_2) \neq (0, 0)$ y $\|(e_1, e_2)\| = 1$.d) Determine si f es diferenciable en $(0, 0)$.3. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = 1 - (\sqrt{x^2 + y^2} - 2)^2$$

Encuentre la ecuación del plano tangente al grafo de f en $(0, 1)$ y $(3, 4)$.**2. Auxiliar**1. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \left(1 - \cos\left(\frac{x^2}{y}\right)\right) \sqrt{x^2 + y^2} & \text{si } x \in \mathbb{R} \wedge y \neq 0 \\ 0 & \text{si } x \in \mathbb{R} \wedge y = 0 \end{cases}$$

a) Pruebe que f continua en $(0, 0)$.b) Pruebe la existencia de derivadas direccionales en toda dirección en $(0, 0)$.c) Pruebe que f no es diferenciable en $(0, 0)$. Explique si esto contradice o no la existencia de derivadas direccionales.Hint: Estudie por separado los casos $y = 0$ y $y \neq 0$.