MA2001-6 Cálculo en Varias Variables
Profesor: Patricio Felmer A.
Auxiliar: Diego Marchant D.

"Las matemáticas son un juego que se juega de acuerdo a ciertas reglas con marcas sin sentido sobre el papel" - David Hilbert

Auxiliar 9

12 de Mayo de 2015

1. a) Sea la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por

$$f(x, y) = (e^x cos(y), e^x sen(y))$$

Demuestre que para todo $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ existe $\delta > 0$ tal que f inyectiva sobre $B((x_0, y_0), \delta)$, pero que f no es inyectiva sobre $\mathbb{R}^2$

b) Considere el sistema de dos ecuaciones y cuatro incógnitas

$$z^3x + w^2y^3 + 2xy = 0$$

$$xyzw - 1 = 0$$

Muestre que existen funciones $w = w(x, y)$, $z = z(x, y)$, de clase $\mathcal{C}^1$, definidas en una vecindad del punto $(-1, -1)$ con

$$w(-1, -1) = 1 = z(-1, -1)$$

que satisfacen el sistema anterior.

2. Sea $f(x, y) = xye^{x^2+2y^2}$. Encuentre explícitamente un polinomio tal que

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(x, y) - T(x, y)}{x^4 + y^4} = 0$$

3. Estudie los puntos críticos de las funciones:

a) $f(x, y) = 3x^3 + y^2 - 9x - 6y + 1$

b) $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 - 1)^2$