MA2001-6 Cálculo en Varias Variables
Profesor: Patricio Felmer A.
Auxiliar: Diego Marchant D.

"Uno no puede discutir con un teorema matemático" - Stephen Hawking

Auxiliar 8

8 de Mayo de 2015

1. Calcule los valores de α y β para que la función
$$f(x,y) = \begin{pmatrix} e^{\alpha x} + e^{\beta y} \\ e^{\alpha x} - e^{\beta y} \end{pmatrix}$$
sea localmente invertible.

2. Sean x, y, z tres variables relacionadas por la ecuación de la forma $f(x,y,z) = 0$ donde f es una función de clase $\mathcal{C}^1$, tal que las derivadas parciales $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial f}{\partial z}$ son todas distintas de cero. Demuestre que es posible definir las funciones implícitas $x = x(y,z)$, $y = y(x,z)$ y $z = z(x,y)$ de clase $\mathcal{C}^1$ y que además cumplen que
$$\frac{\partial x}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x} + 1 = 0$$

3. Verifique que la ecuación $z^3 + x^2 z - y^2 z - 1 = 0$ permite definir a z como función $\mathcal{C}^2$ de x e y en una vecindad de $(2,-2)$ con $z(2,-2) = 1$. Encuentre el jacobiano de z en $(2,-2)$