Departamento de Ingeniería Matemática
MA1002-2 / Cálculo Diferencial e Integral
Semestre otoño 2015

Auxiliar 1

Profesor: Raúl Uribe S.

Auxiliar: Patricio Santis T.

18 de Marzo de 2015

Problema 1

Sea $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^2}{x+a} & \text{si} \quad x < a \\ 2x - e^{x-a} & \text{si} \quad x \geq a \end{cases}$

a) Calcule a de modo que f sea continua.

b) ¿Es f continua en los reales? Si no es así, establezca su nuevo dominio.

c) Demuestre usando TVI que f se anula en algún punto del intervalo $[1, +\infty)$.

Problema 2

Encontrar a y b tal que f sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} (x-a)^2 & \text{si} \quad x < 0 \\ b & \text{si} \quad x = 0 \\ \dfrac{e^x - 1}{\ln(x+1)} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

Problema 3

a) Sea g una función continua y a la vez par. Demostrar que g' es una función impar.

b) Demostrar que la función $f(x) = e^{-|x|}$ es continua pero no derivable en $x = 0$.

Problema 4

Demostrar que eixste algún $x \in \mathbb{R}$ tal que: $x^{190} + \dfrac{150}{x^4 + x^2 + 1} = 120.$

Problema 5

Sea f una función continua que cumple con $f(x+y) = f(x) + f(y)$ $\forall x, y$ en su dominio. Demostrar que se cumple lo siguiente:

a) $f(0) = 0$

b) $f(-x) = -f(x)$ (f impar)

c) $f(nx) = nf(x), \forall n \in \mathbb{N}$

d) Probar que $f(x) = cx$, calcular explicitamente c.

Problema 6

Estudie la continuidad uniforme de las funciones:

- $f(x) = \frac{1}{x}$ en $|x| \geq 1/2$ y en $x \in (0, 1]$.
- $f(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ y $g(x) = e^x \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ en $x \in (0, 1)$.
- $f(x) = \sin(x)$ en $\mathbb{R}$.

Problema 7

Calcular las siguientes derivadas:

$g(x) = x^x$, $\quad h(x) = \arcsin(2x-1) + 2\arctan\left(\sqrt{\frac{1-x}{x}}\right)$, para (0,1), $\quad k(x) = \frac{5}{|x+3|}$

★ Propuesto

$\boxed{\text{P1}}$ Demostra que la ecuación $e^x \cos(x) + 1 = 0$ posee infinitas soluciones reales.
Indicación: Considere intervalos de la forma $[k\pi, (k+1)\pi]$, $k \in \mathbb{N}$.

Me lo contaron y lo olvidé; lo vi y lo entendí; lo hice y lo aprendí.