

Auxiliar 7 - Semestre Otoño 2015

5 de Mayo, 2015

Canción del día: El Loco del Puerto, de Illapu

Problema 1: Series de Tiempo

Considere un modelo AR(1):

$$Y_t = \Phi Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

Asuma que ε_t corresponde a un ruido blanco (con media 0 y varianza σ_ε^2),

1. Calcule una expresión para el estimador $\hat{\Phi}_{MCO}$.
2. Analice sesgo y consistencia del estimador $\hat{\Phi}_{MCO}$, para esto tenga en cuenta escribir la recursión de la variable Y_t y además :

$$I. \mathbb{E}(u_t u_\tau) = \begin{cases} \sigma^2 & \text{si } t = \tau \\ 0 & \text{si } t \neq \tau \end{cases}$$

3. Comente sobre alguna aplicación real de modelos AR(1) y la conveniencia de usar rezagos en regresores.

Problema 2: Modelos AR(p) y MA(q)

Considere los siguientes procesos estocásticos en series de tiempo:

$$Y_t = \mu + \gamma Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2)$$

$$W_t = \alpha + \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1} \quad (3)$$

Asumiendo que ε_t corresponde a un ruido blanco (de media 0 y varianza σ_ε^2):

1. Usando operadores de rezago, muestre que un modelo AR(1) puede representarse también como un modelo MA(∞).
2. Usando operadores de rezago, muestre que un modelo MA(1) puede representarse también como un modelo AR(∞).
3. Calcule $\mathbb{E}(Y_t)$ y $Var(Y_t)$ de la ecuación (1) con modelo AR(1).
4. Calcule $\mathbb{E}(W_t)$ y $Var(W_t)$ de la ecuación (2) con modelo MA(1).

Problema 3: Procesos Estacionarios

1. Muestre analíticamente (o usando los resultados de las preguntas anteriores) que un proceso AR(1) que cumpla $|\gamma| \geq 1$ no puede ser considerado estadísticamente.
2. Muestre analíticamente que un proceso AR(1) que cumpla $|\gamma| \geq 1$ es no-estacionario.
3. Analice si los siguientes procesos son estacionarios.

- I. $V_t = \varepsilon_{1t} - t\varepsilon_{2t}$
siendo $\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}$ ruidos blancos independientes y con varianzas $\sigma_{\varepsilon_1}^2, \sigma_{\varepsilon_2}^2$ respectivamente.
- II. $Z_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta_t$
con δ_t ruido blanco de varianza σ_δ^2 .
- III. $W_t = Z_t + Z_{t-1}$
siendo Z_t el proceso definido en II.