Pauta Auxiliar 7

Profesor: Marco Hauva
Auxiliares: Christian Macuer, Mario Morales

04 de mayo de 2015

1. Preguntas conceptuales

Comente los siguientes enunciados aplicando y mencionando rigurosamente los conceptos adquiridos en el curso:

1) Suponga que usted es el gerente de producción de una firma y debe decidir la forma más barata de producir q_o unidades de un bien. Para tomar una decisión óptima, ¿qué información necesita además de la que brinda la función de producción? Explique.

   De acuerdo a la minimización de costos, la condición óptima estará dada por la relación $\frac{PMgL}{PMgK} = \frac{w}{r}$, con w el salario de los trabajadores y r el precio del capital. Con la función de producción es posible obtener las productividades marginales, entonces lo único necesario sería el precio relativo entre los factores.

2) En el mercado no puede existir un insumo cuyo precio sea muy bajo (cercano a cero), porque de inmediato todas las firmas querrían quedarse con la mayor cantidad de este insumo, haciendo que su precio aumente para corregir el exceso de demanda que se genera.

   Falso, dado que la productividad marginal de un factor es decreciente, a partir de cierto nivel, la cantidad de insumo a utilizar está acotada en un punto donde la PMg es cero, es decir, una unidad más de este insumo no produce aumentos en la producción. Cantidades mayores, incluso harían que la producción total disminuyera, es decir, estaríamos en el tramo donde la PMg es negativa. En conclusión, no porque su precio sea bajo las firmas van a querer utilizarlo todo.

3) Suponga que cuando rindió el Control 1 de Economía, por el último minuto dedicado al problema 1 obtuvo una décima más en la nota de esa pregunta. Asimismo, el último minuto asignado al problema 2 implicó tener dos décimas más. Suponga también que las notas en esas preguntar fueron 4.8 y 5.0 respectivamente, y que el tiempo total que dedicó a cada problema fue el mismo. ¿Fue eficiente dicha asignación de tiempo? Si la respuesta es negativa, explique por qué y cómo debió distribuir el tiempo durante el Control para (obviamente) maximizar su nota.

   Claramente, la productividad marginal del último minuto asignado a ambas preguntas no fue la misma. Lo óptimo es igualar la productividad marginal de todas las actividades productivas que se realizan. Entonces, lo correcto sería aumentar la productividad marginal del tiempo empleado en el problema 1 lo que se logra disminuyendo el tiempo dedicado al mismo (si por el último minuto se obtuvo una décima, entonces por el minuto anterior se debió obtener una cantidad mayor de puntaje) y disminuir la productividad marginal del tiempo dedicado al problema 2, lo que se logra aumentando el tiempo dedicado a su resolución. En resumen, entonces, se debió dedicar menos tiempo al problema 1 y más tiempo al problema 2 para obtener, en ambos el mismo puntaje por el último minuto empleado.

4) Un aumento del salario de mercado aumenta la productividad marginal del último trabajador contratado por la firma.

   Verdadero,un aumento en el salario produciría en una disminución en la cantidad de trabajo que demanda la firma, por lo tanto, dado que la productividad marginal es decreciente, al disminuir el trabajo la productividad marginal aumenta.

5) Comente la veracidad o falsedad de esta afirmación: “En el corto plazo, la utilidad marginal de una firma en el nivel óptimo de producción es siempre nula”.

   Verdadero, de la condición de maximización de utilidades es directo: $\max \pi = P*Q - C(Q) \iff \frac{\delta\pi}{\delta Q} = 0$.

2. Problemas

1) Considere que la función de producción de un determinado implemento de ski está dada por:

$$F_i(K_i, L_i) = A_i K_i^{\frac{1}{2}} L_i^{\frac{1}{2}}$$

Donde A_i es un parámetro de productividad inherente a la firma i.

a) Demuestre que esta función de producción satisface el supuesto de productividad marginal decreciente.

$$F = AK^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} = q$$
$$F_L = AK^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} L^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} A (\frac{K}{L})^{\frac{1}{2}}$$

Se observa claramente que la productividad marginal es decreciente. El análisis para K es equivalente.

b) Calcule la función de costos de corto plazo y la función de oferta de corto plazo de la firma i. Para ello, suponga que cada firma tiene una cantidad fija de capital K^*, el precio por unidad de trabajo es w y el precio por unidad de capital es r.

$$q = AK^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}$$
$$L = [\frac{q}{AK^{\frac{1}{2}}}]^2 = \frac{q^2}{A^2 K^*}$$
$$C(q) = w \frac{q^2}{A^2 K^*} + rK^*$$

La oferta individual es

$$P = \frac{2wq}{A^2 K^*}$$

c) Suponga que esta industria está compuesta por 5 firmas localizadas en Santiago y 5 en Valparaíso. Dado que en Valparaíso no hay nieve para esquiar, los productores ubicados allá venden toda su producción en Santiago. Sin embargo para ello deben incurrir en un costo de transporte de t por unidad. Encuentre y grafique la función de oferta de este producto en la ciudad de Santiago. Para ello suponga que $r = w = K^* = 1, A_{stgo} = 1, A_{valpo} = 2$.

Agregando el costo marginal t para las firmas de Valparaíso, tendremos que la oferta de estas es

$$P = \frac{2wq}{A^2 K^*} + t$$

Reemplazando los parámetros del problema, tendremos que la oferta de una firma en Santiago y Valparaíso es, respectivamente:

$$P = 2q_i^s$$
$$P = \frac{q_i^v}{2} + t$$

Luego la oferta agregada de cada ciudad es

$$Q^s = \frac{5}{2} P$$
$$Q^v = 10(P - t)$$

La oferta de Valparaíso solo es positiva cuando $P > t$, entonces la función de oferta agregada de todo el mercado se debe escribir

$$Q = \begin{cases} Q^s & \text{si } P < t \\ Q^s + Q^v & \text{si } P > t \end{cases}$$

2) Suponga que Juan quiere empezar su propia empresa de hamburguesas. La producción de hamburguesas depende del número de parrillas y trabajadores disponibles por hora, de acuerdo a la siguiente función de producción:

$$F(K,L) = 10K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$$

Las parrillas de pueden arrendar a r por hora y el salario de los trabajadores es de w por hora. Juan tiene 4 parrillas.

a) Encuentre la función de costos y la demanda por trabajo.

El capital es fijo y es $K = 4$, entonces

$$q = 10 * 2 * L^{\frac{1}{2}} = 30L^{\frac{1}{2}}$$
$$L = \frac{q^2}{400}$$

Luego, los costos son $C(q) = 4r + w\frac{q^2}{400}$. La demanda por trabajo se puede calcular de la ecuación de sustitución de los factores:

$$\frac{F_K}{F_L} = \frac{r}{w}$$
$$F_K = \frac{1}{2} * 10 * K^{-\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$$
$$F_L = \frac{1}{2} * 10 * K^{\frac{1}{2}}L^{-\frac{1}{2}}$$

Reemplazando estas dos ecuaciones se tiene que

$$\frac{F_K}{F_L} = \frac{L}{K} = \frac{r}{w}$$

Para $K = 4$ se tiene:

$$L = \frac{4r}{w}$$

Lo cual tiene pendiente negativa así que tiene forma de demanda.

b) Para $r = w = 4$, encuentre la oferta de hamburguesas.

La oferta estará dada por la curva $P = CMg$. En este caso $P = \dfrac{q}{50}$.

c) Calcula la producción en equilibrio y las utilidades si el precio es $P = 1$.

Si el precio es $P = 1$, entonces la cantidad a producir es 50. Luego la utilidad es

$$\pi = 1 * 50 - 4 * 4 - \frac{50^2}{100} = 50 - 16 - 25 = 9 > -16$$

d) Si hay otros 99 productores de hamburguesas idénticos a Juan, calcule la oferta de mercado por hamburguesas.

Si agregamos la oferta para 100 empresas idénticas se tiene

$$Q = 100q = 100 * 50P = 5000P$$

3) Una empresa de cuadernos tiene la siguiente función de producción

$$F(K,L) = K^{\frac{1}{4}}L^{\frac{1}{2}}$$

Además, el precio del trabajo y capital es 4 y 1, respectivamente. El precio de los cuadernos es P. El capital está fijo en $K^* = 16$.

a) Plantee el problema de maximización de utilidades que resuelve la empresa

La empresa resuelve

$$\text{máx}\, \pi = P(K^{\frac{1}{4}}L^{\frac{1}{2}}) - rK - wL$$

b) Obtenga la función de costos totales de la firma. ¿Cuáles son los costos fijos y los costos variables?

Reemplazando los datos en la función de producción se tiene:

$$q = 16^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{2}} \iff L = \frac{q^2}{4}$$

Luego la curva de costos será

$$C(q) = rK + wL = 1 * 16 + 4 * \frac{q^2}{4} = 16 + q^2$$

Donde el primer término sería un costo fijo y el segundo un costo variable.

c) Obtenga la curva de oferta de la empresa.

La curva de oferta se obtiene como $P = CMg$, entonces

$$P = 2q$$