

# Teoría del productor

## Clase 11

Curso: Economía IN2201  
Profesor: Raphael Bergoeing  
Semestre: Otoño 2015

# Agenda

---

1. Costos
2. Producción
3. La solución competitiva

# EL PROCESO PRODUCTIVO



# Qué es una firma

- Una firma es una organización que transforma insumos (trabajo, materia primas, tierra, capital, etc.) en productos.
- Tipos de firmas:
  1. Privada (con fines de lucro): propiedad de individuos o instituciones no gubernamentales con el fin de generar ganancias (Falabella, Celulosa Arauco). Explican cerca de 75% del producto agregado.
  2. Pública: propiedad del gobierno (Codelco, Correos de Chile, liceos). Explican cerca de 10% del producto.
  3. Sin fines de lucro: propiedad de organizaciones no gubernamentales ni con la intención de obtener lucro. En cambio, buscan alcanzar objetivos sociales (Teletón, Greenpeace). Explican cerca de 15% del producto.

# Producción

- La **función de producción** resume las distintas formas en que una firma puede transformar insumos productivos en el máximo producto posible (**factibilidad** y **eficiencia**)

- Si sólo tenemos trabajo (L) y capital (K), la función de producción es

$$q = f(L, K)$$

- En el **largo plazo** todos los insumos son variables. En el **corto plazo** suponemos el capital fijo. Esto es,

$$q = f(L, \bar{K})$$

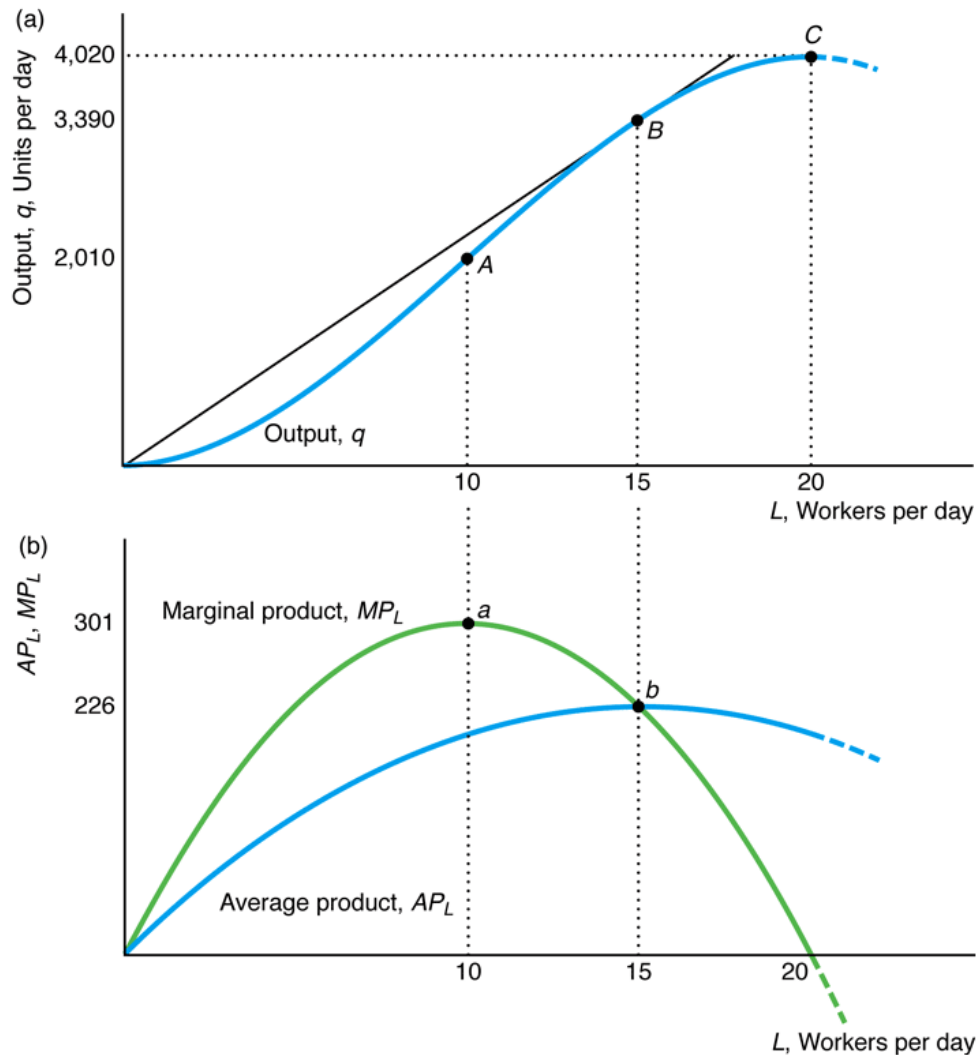
- El **producto marginal** del trabajo (capital) es el producto adicional generado por una unidad adicional de trabajo (capital), dado el otro insumo

$$MP_L = \frac{\partial q}{\partial L} = \frac{\partial f(L, K)}{\partial L}$$

- El **producto medio** del trabajo (capital) es la razón producto a trabajo (capital)

$$AP_L = \frac{q}{L}$$

# Producción



En general, nos concentramos en el tramo que parte en A. Esto es, suponemos que no hay *free lunch* (si  $L = K = 0 = q$ ) y que las funciones de producción son crecientes en cada factor, a tasas decrecientes. Esto se conoce como la **ley (regularidad empírica) de rendimientos decrecientes al factor**.

**Ejercicio: demostrar que el  $P_{me}$  alcanza su máximo cuando se cruza con el  $P_{mg}$ .**

# Producción: algunas regularidades

Cuando  $PMg = 0$ , Producto total alcanza su máximo.

Cuando  $PMg > PMe$ ,  $PMe$  es creciente.

Cuando  $PMg < PMe$ ,  $PMe$  es decreciente.

Cuando  $PMg = PMe$ ,  $PMe$  alcanza su máximo.

# Ley de rendimiento marginal al factor decreciente

- Con una tecnología de producción dada, a medida que se agregan unidades de un factor de producción, el producto aumenta, pero a tasas decrecientes
- Inicialmente, debido a especialización, estos rendimientos pueden ser crecientes, pero luego, dada menor eficacia, se tornan decrecientes (no negativos)
- La producción de equilibrio ocurre en el tramo cóncavo de la función de producción. Es decir, cuando PMg es positiva y decreciente

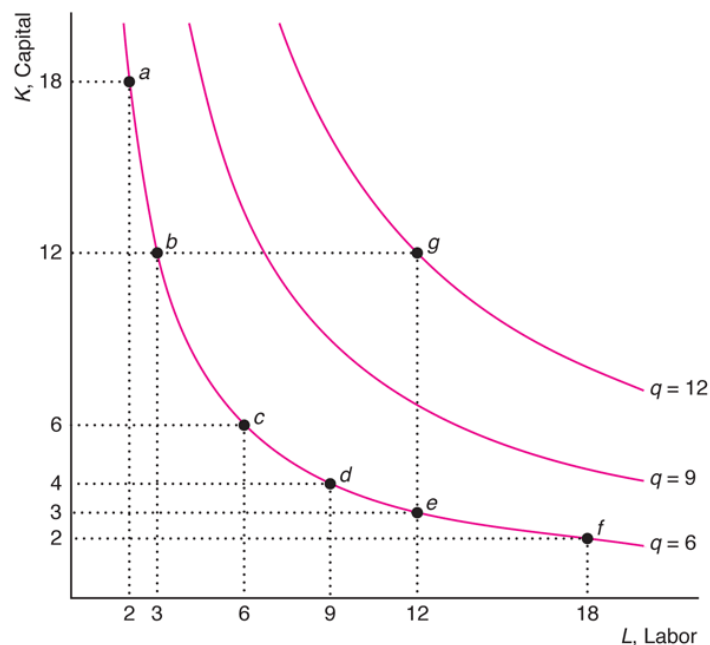


# Producción e isocuantas

- Supongamos que ambos factores son variables (largo plazo). La función de producción está dada por la función Cobb-Douglas.

$$q = AL^aK^b$$

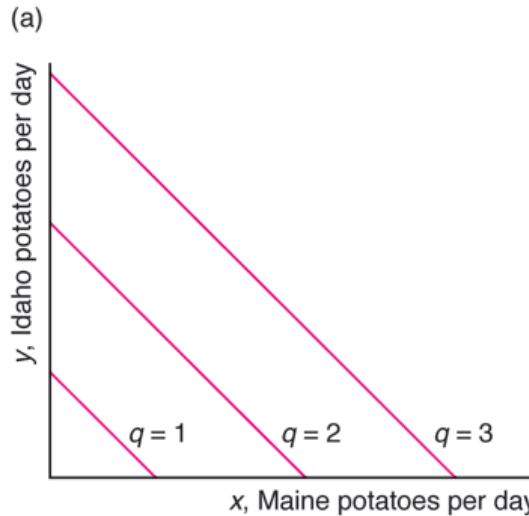
- Con  $A = 1$  y  $a = b = 0,5$ , podemos resumir gráficamente las combinaciones eficientes de insumos para un nivel de producto (**isocuantas**), por



# Tipos de isocuantas

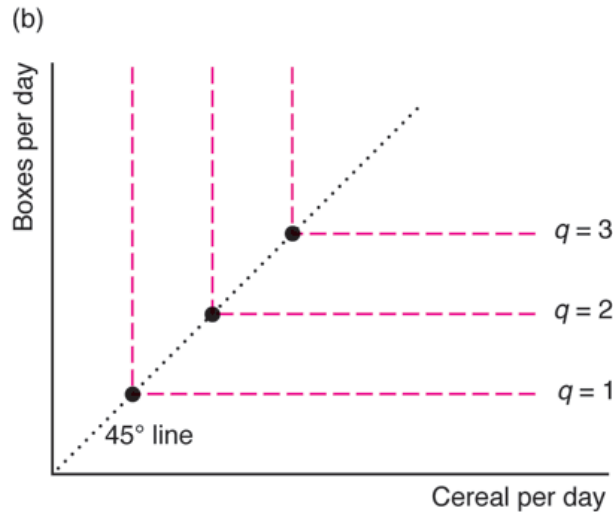
Substitutos perfectos

$$q = x + y$$



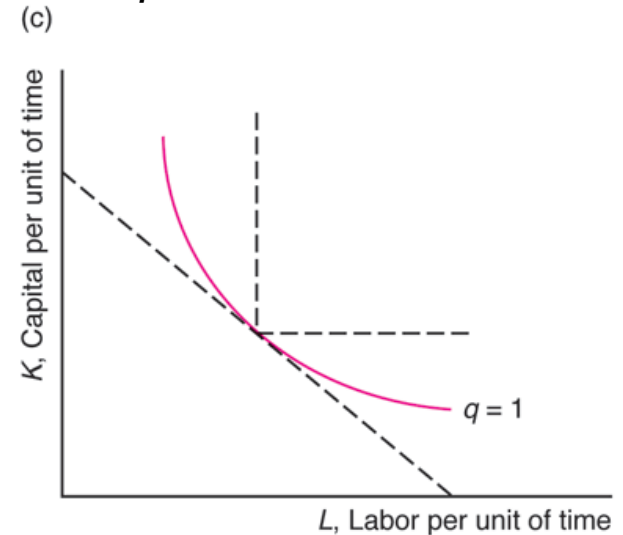
Proporciones fijas

$$q = \min\{g, b\}$$



Convexas

$$q = L^{0.5}K^{0.5}$$

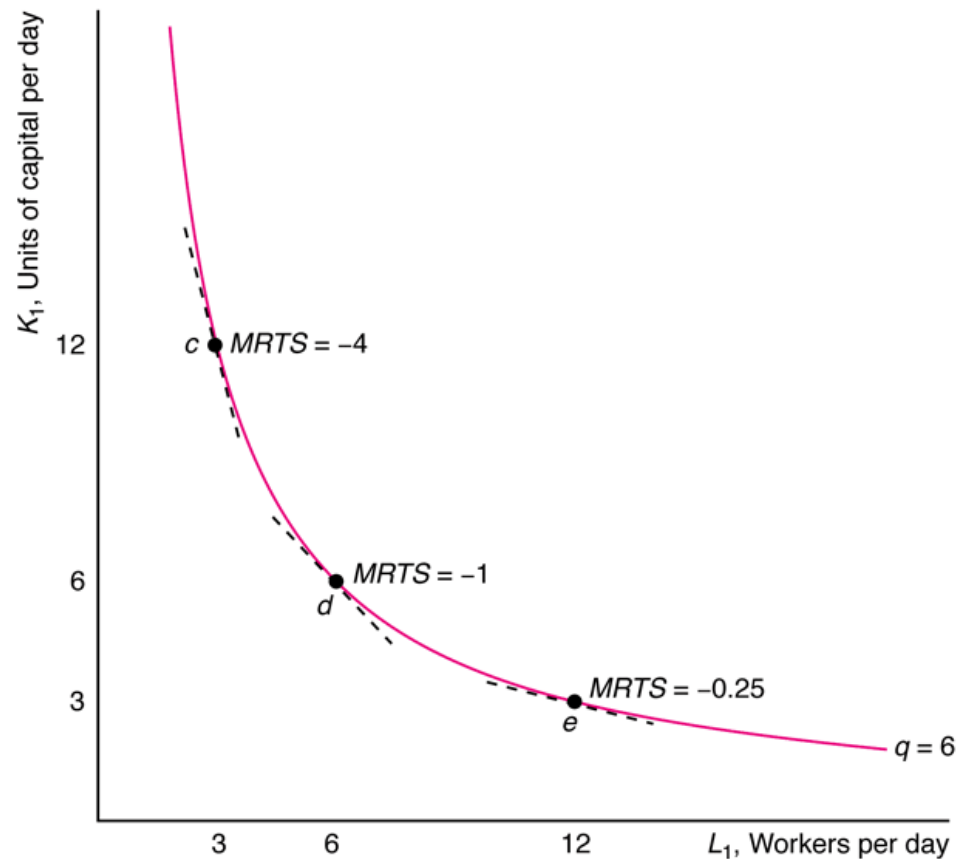


La pendiente de la isocuanta muestra la capacidad de la firma de reemplazar un insumo por otro, dado el producto. Esta pendiente, en un punto, se llama **Tasa Marginal de Sustitución Técnica**

$$MRTS = \frac{\text{change in capital}}{\text{change in labor}} = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{dK}{dL} \longrightarrow MRTS = \frac{dK}{dL} = -\frac{MP_L}{MP_K}$$

# Producción e isocuantas

- La MRTS disminuye a lo largo de una isocuanta convexa (dados rendimientos decrecientes al factor): mientras más  $L$  tenga la firma, más difícil es reemplazar  $K$  con  $L$ .



# Retornos a escala

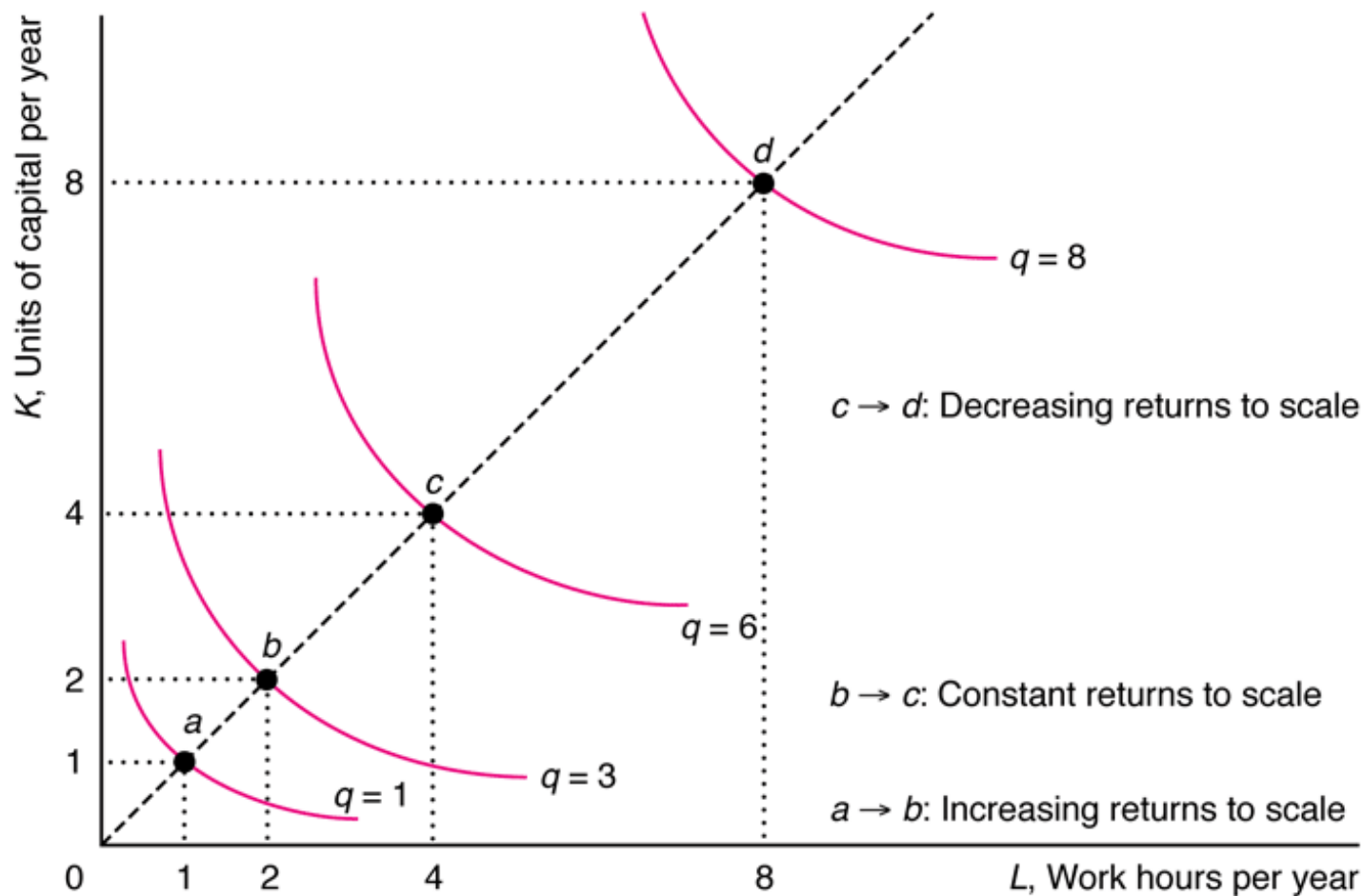
➤ Cuánto cambia el producto si cambiamos los insumos proporcionalmente

- Retornos constantes a escala  $\rightarrow f(2L, 2K) = 2f(L, K)$

Nótese que, una función de producción es homogénea de grado  $\gamma$  si  $f(xL, xK) = x^\gamma f(L, K)$ , en donde  $x$  es una constante positiva.

- Retornos decrecientes a escala  $\rightarrow f(2L, 2K) < 2f(L, K)$  : ocurre cuando las dificultades (los costos) de organización y coordinación crecen con el tamaño.
- Retornos crecientes a escala  $\rightarrow f(2L, 2K) > 2f(L, K)$ : ocurre con la especialización. Una planta grande es más eficiente que dos pequeñas.

# Distintos tipos de retorno a escala



# Distintos tipos de retorno a escala: evidencia empírica

|                                         | Labor, $a$ | Capital, $b$ | Scale, $\gamma = a + b$ |
|-----------------------------------------|------------|--------------|-------------------------|
| <i>Decreasing Returns to Scale</i>      |            |              |                         |
| Tobacco products                        | 0.18       | 0.33         | 0.51                    |
| Food and kindred products               | 0.43       | 0.48         | 0.91                    |
| Transportation equipment                | 0.44       | 0.48         | 0.92                    |
| <i>Constant Returns to Scale</i>        |            |              |                         |
| Apparel and other textile products      | 0.70       | 0.31         | 1.01                    |
| Furniture and fixtures                  | 0.62       | 0.40         | 1.02                    |
| Electronic and other electric equipment | 0.49       | 0.53         | 1.02                    |
| <i>Increasing Returns to Scale</i>      |            |              |                         |
| Paper and allied products               | 0.44       | 0.65         | 1.09                    |
| Petroleum and coal products             | 0.30       | 0.88         | 1.18                    |
| Primary metal                           | 0.51       | 0.73         | 1.24                    |

# Aplicación 1

- Malthus y la sobrevivencia de la especie humana: la importancia de la **productividad total de factores**.



Thomas  
Malthus

*"The power of population is so superior to the power of the Earth to produce subsistence for man, that premature death must in some shape or other visit the human race."* —Thomas Malthus, 1798

*"If the present growth trends in world population, industrialization, pollution, food production, and resource depletion continue unchanged, the limits to growth on this planet will be reached sometime within the next 100 years."*

—The Club of Rome think tank, 1972

# Aplicación 2

- Por qué observamos tanta concentración en algunas industrias: banca, supermercados, etc.
- Beneficios y problemas de la concentración para el equilibrio, y su impacto en bienestar
- Desafíos de política pública



# Costos

- ¿Cómo determina una firma si está produciendo eficientemente?
  - Primero, determina los procesos productivos tecnológicamente eficientes: el producto deseado con la menor cantidad de insumos
  - Segundo, elige el proceso productivo tecnológicamente eficiente que es también económicamente eficiente: minimiza el costo de producir una cantidad determinada de producto.

# Costos en el corto plazo

- Con costos variables y fijos, el costo total está dado por
  - *Costo fijo ( $F$ )*: el costo que no varía con el nivel de producto (arriendo, capital)
  - *Costo variable ( $CV$ )*: el costo que varía con el nivel de producto (costo laboral, materiales).
  - *Total cost ( $C$ )*: la suma de ambos costos

$$C = CV + F$$

# Costos en el corto plazo

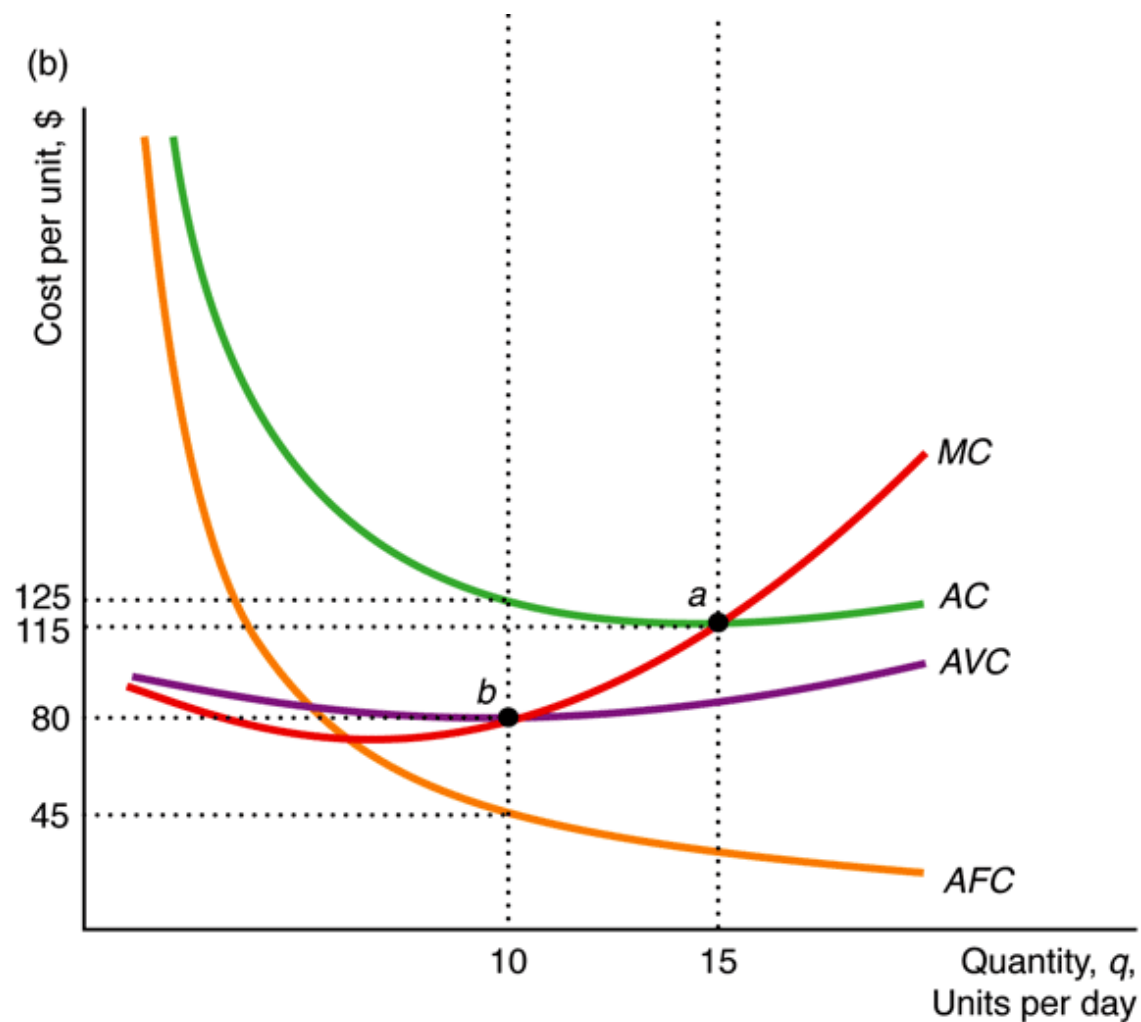
- Para decidir cuánto producir, una firma usa medidas de costo marginal y medio
- *Costo Marginal (CM)*: la cantidad en que cambia el costo de la firma si produce una unidad más de producto.

$$MC = \frac{dC(q)}{dq}$$

- *Costo fijo promedio (CFP)*: CF dividido por el producto producido:  $AFC = F / q$
- *Costo variable promedio (CVP)*: CV dividido por el producto producido:  $AVC = VC / q$
- *Costo promedio (CP)*: C dividido by output produced

$$AC = \frac{C}{q} = \frac{VC}{q} + \frac{F}{q} = AVC + AFC$$

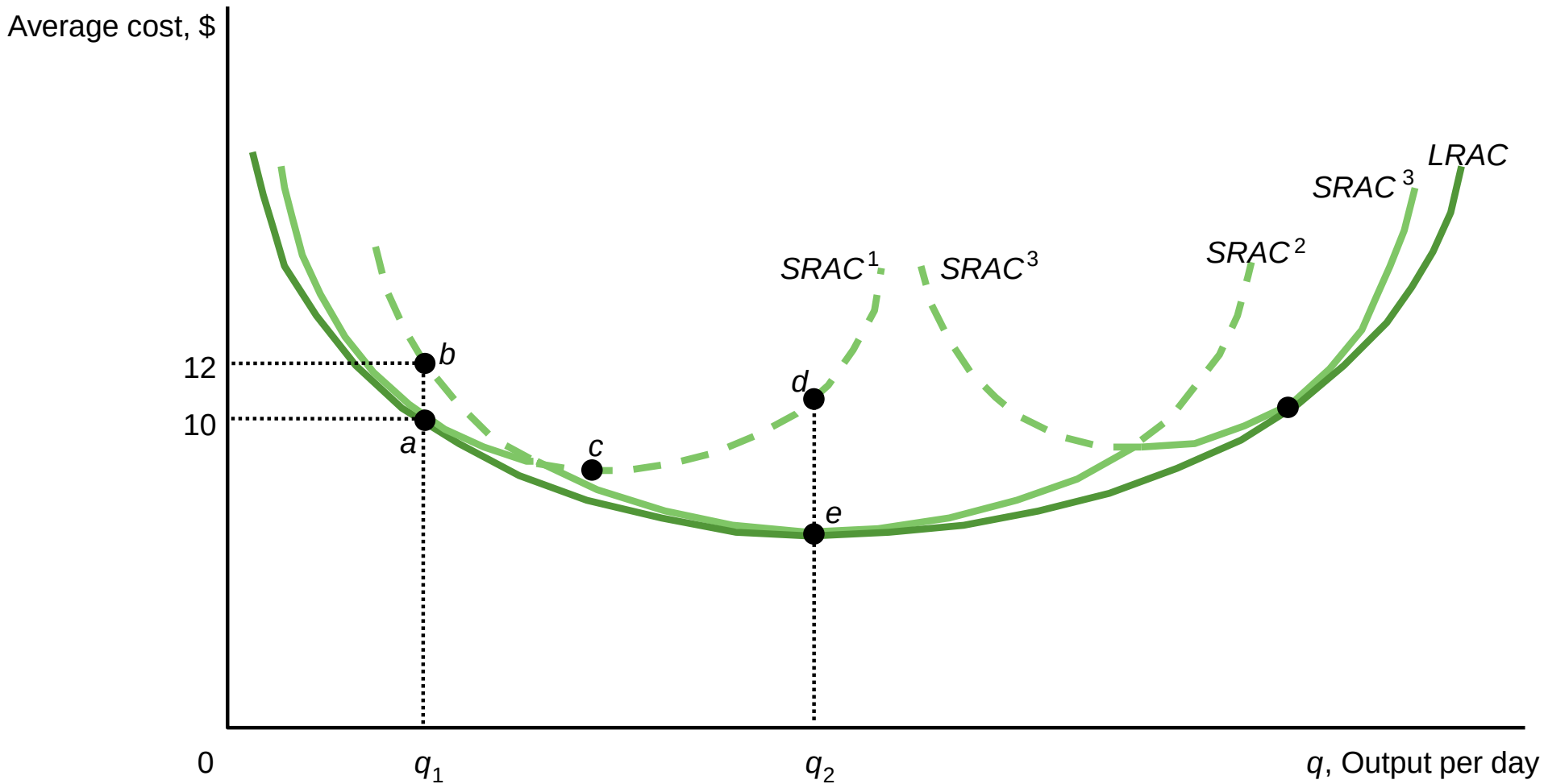
# Curva de costos en el corto plazo



# Costos en el largo plazo

- En el largo plazo todos los insumos son variables. La firma puede cambiar el tamaño de la planta, comprar nuevo equipamiento, etc. Asumiremos que los costos fijos  $F = 0$  en el largo plazo.

# Costos medios en largo plazo como envolvente de costos medios en corto plazo



# Isocostos

- La **línea de isocosto** resume las combinaciones de insumos que generan el mismo costo total
- Si la firma contrata  $L$  horas de trabajo al salario  $w$  por hora, el costo laboral total es  $wL$ .
- Si la firma arrienda  $K$  horas del servicio de maquinaria a la tasa de arriendo  $r$  por hora, el costo total es  $rK$ .
- El costo se mantiene fijo a lo largo de la línea de isocosto:

$$\bar{C} = wL + rK$$

—————→  $K = \frac{\bar{C}}{r} - \frac{w}{r}L$

# El problema de la firma

- El supuesto más utilizado es que las empresas eligen sus planes de producción para maximizar sus utilidades/beneficios (dual: minimizar sus costos dada una producción/beneficios).

$$\textbf{Beneficios} = \textbf{Ingresos} - \textbf{Costos}$$

El supuesto tiene varias ventajas:

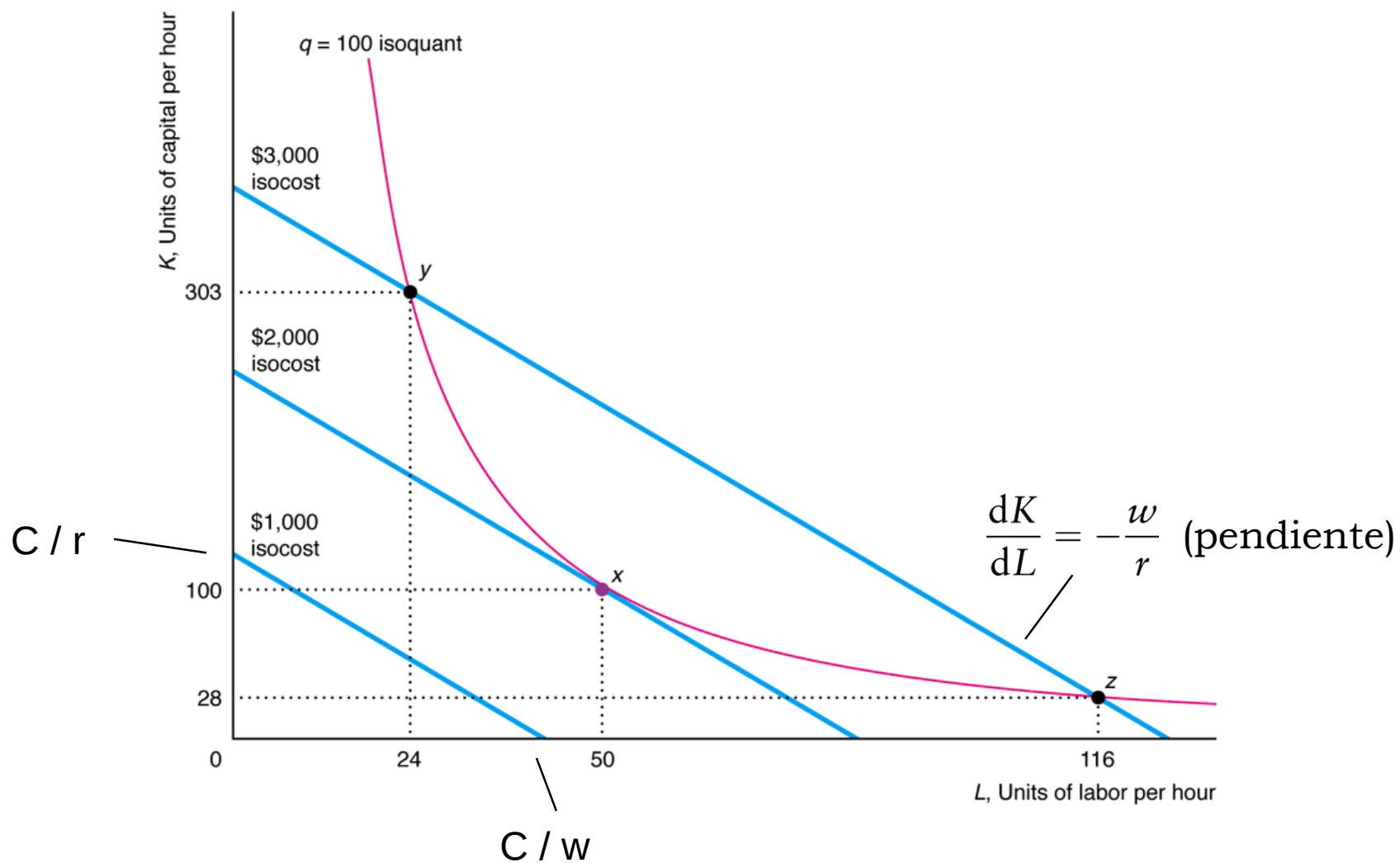
1. En un mercado competitivo solo las empresas que maximizan sus utilidades sobreviven (Darwin?).
2. Es un supuesto conveniente y sencillo del que se pueden obtener predicciones testeables.



# El problema de la firma

- Pero, en la realidad, las empresas son organizaciones complejas compuestas de personas con objetivos distintos (trabajadores, directivos, accionistas...).
- Falta de información
- A veces las empresas parecen maximizar otras “cosas”: ingresos, volumen de ventas, márgenes.

# Minimizando costos



# Minimizando costos

- Hay tres maneras de obtener la producción que minimiza costos:
  1. **La menor isocosto:** tomar la combinación de insumos para la que la menor isocosto toca la isocuanta asociada con el nivel de producto buscado.
  2. **La tangente:** tomar la combinación de insumos para la que la isocuanta es tangente a la línea de isocosto

$$MRTS = -\frac{w}{r}$$

3. **Último peso:** tomar la combinación de insumos para la que el último peso gastado en un insumo genera tanto producto adicional como el último peso gastado en el otro insumo.

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r} \longrightarrow \frac{MP_L}{w} = \frac{MP_K}{r}$$

# Minimizar costos usando cálculo

- Minimizando costo sujeto a la restricción tecnológica genera el Langrangeano y sus condiciones de primer orden:

$$\min_{L, K, \lambda} \mathcal{L} \approx wL + rK + \lambda[\bar{q} - f(L, K)]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = w - \lambda \frac{\partial f}{\partial L} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = r - \lambda \frac{\partial f}{\partial K} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \bar{q} - f(L, K) = 0$$

- Reordenando términos tenemos la regla del último peso:

$$\frac{w}{r} = \frac{\frac{\partial f}{\partial L}}{\frac{\partial f}{\partial K}} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

# Maximizar producto usando cálculo

- El dual de la minimización de costo es la maximización de producto
- Maximizar el producto sujeto a la restricción de costo genera el Lagrangeano y sus condiciones de primer orden:

$$\max_{L, K, \lambda} \mathcal{L} = f(L, K) + \lambda(\bar{C} - wL - rK)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = \frac{\partial f}{\partial L} - \lambda w = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = \frac{\partial f}{\partial K} - \lambda r = 0$$

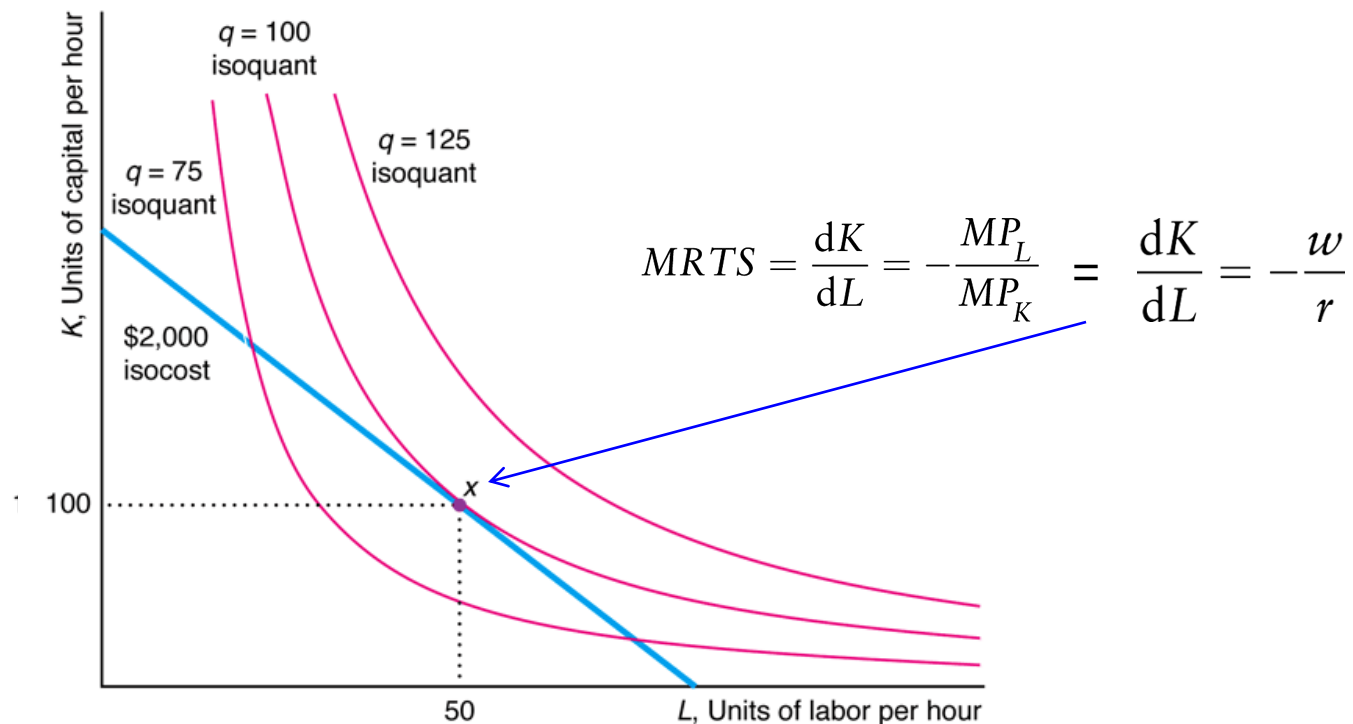
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \bar{C} - wL - rK = 0$$

- Reordenando términos tenemos la regla de la tangente:

$$\frac{w}{r} = \frac{\frac{\partial f}{\partial L}}{\frac{\partial f}{\partial K}} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

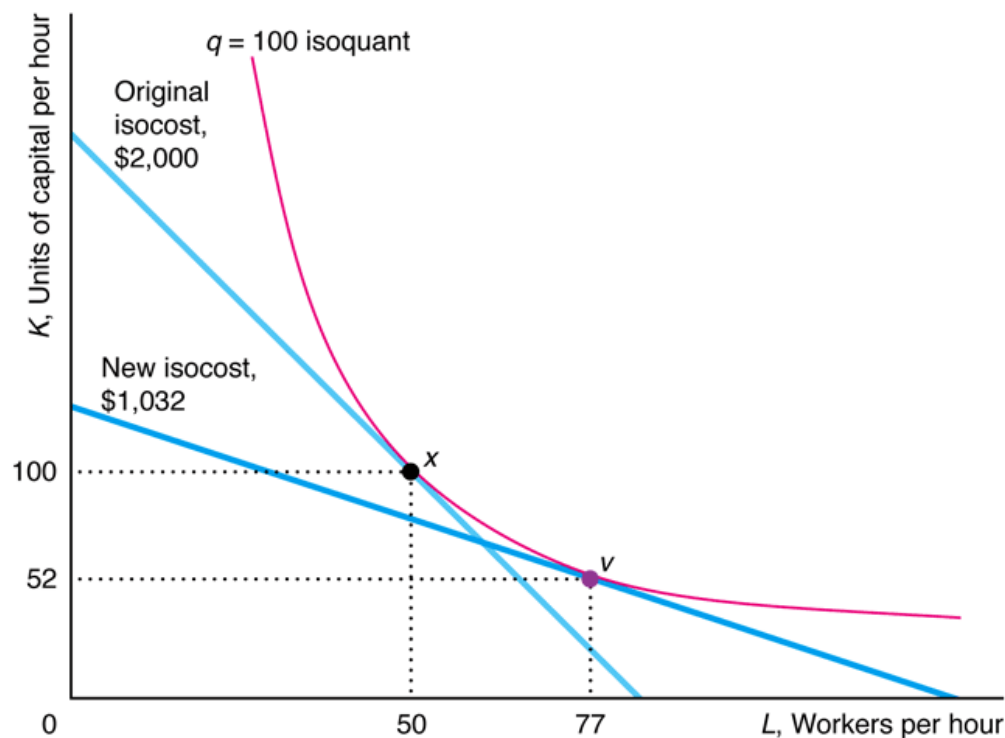
# Maximizando el producto

- La firma busca maximizar el producto dado un gasto en insumos de \$2.000



# Cambio en el precio de los factores

- Inicialmente,  $w = \$24$  y  $r = \$8$ . Cuando  $w$  cae a  $\$8$ , la isocosto se hace más plana y la firma substituye K por L, que ahora es relativamente más barato. La firma ahora puede producir el mismo  $q = 100$  más barato. Al revés, pasar de v a x puede deberse a un aumento en el costo de la mano obra que fuerza sustitución hacia capital y producción aun costo total mayor.

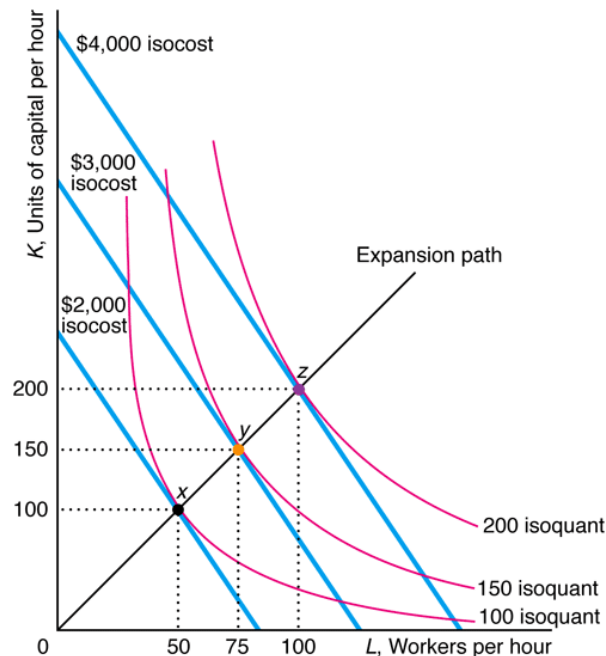


# La curva de costo total en el largo plazo

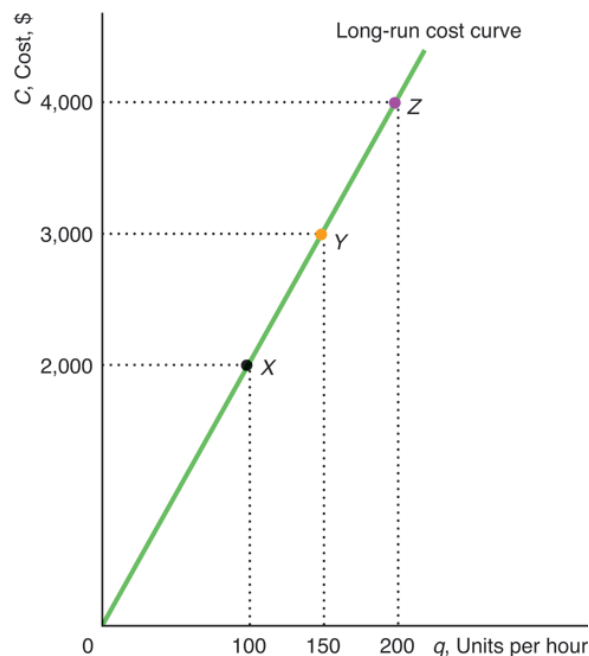
En **(a)**, la senda de expansión (desde el origen a través de  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) ilustra la combinación trabajo y capital al menor costo para cada nivel de producción en el largo plazo.

En **(b)**, la curva de costo total de largo plazo (desde el origen a través de  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) mide el menor costo para producir cada nivel de producto.

(a) Expansion Path



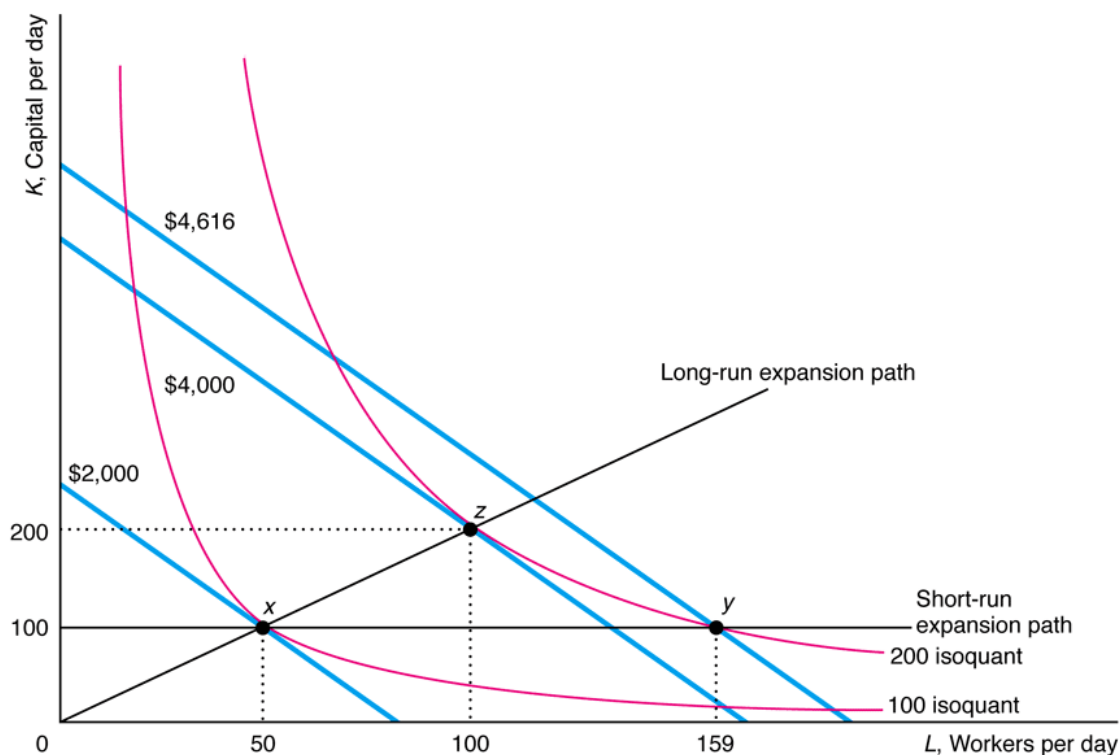
(b) Long-Run Cost Curve





# Senda de expansión en el corto y largo plazo

- Las firmas tienen más flexibilidad en el largo plazo. La posibilidad de ajustar factores en el largo plazo permite que producir sea más barato que en el corto plazo:



# El problema de la firma nuevamente

- Maximizar beneficios =  $IT(q) - CT(q)$
- Derivando con respecto a  $q$  e igualando a 0, dada la tecnología:  $IMg = CMg$
- Si la empresa toma precios (competencia)  $IMg = P$
- Por lo tanto, la empresa optimiza cuando su costo marginal es igual al precio que enfrente. Y para distintos precios, produce distintas cantidades del producto, las que están asociadas a distintos costos marginales de producción.

# Ejercicio

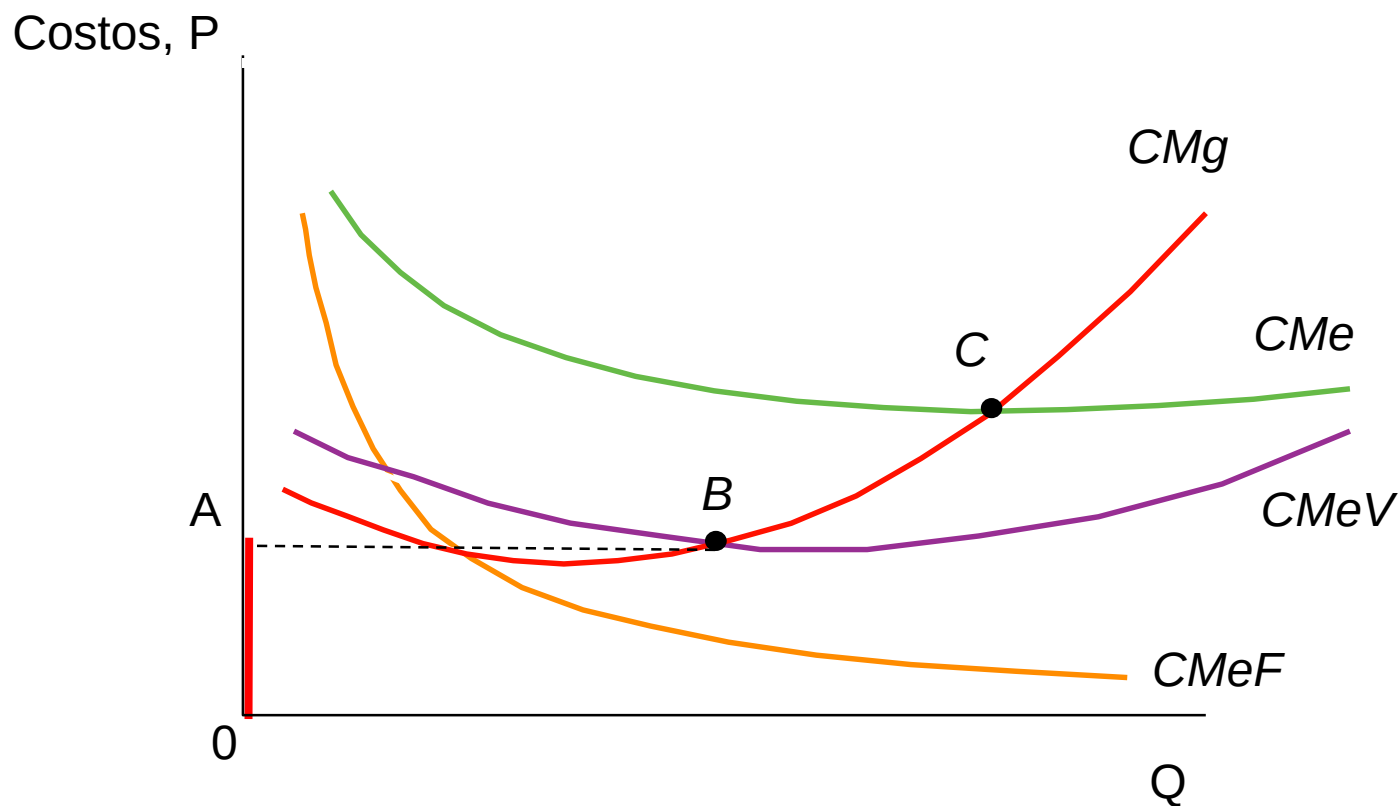
- Demostrar que, con rendimientos constantes a escala, igual tecnología, sin costo de entrar y salir, los beneficios en un mercado competitivo son 0 en el largo plazo. Esto es, no hay rentas anormales y todos los ingresos se agotan con el pago a los factores.
- Nótese que, dado lo anterior, en equilibrio competitivo
  - Dado  $K$ , PMg de  $L = dQ(L,K)/dL = w$
  - Dado  $L$ , PMg de  $K = dQ(L,K)/dK = r$

# El problema de la firma nuevamente

- En el corto plazo, la oferta competitiva  $q_s(p)$ , dado un precio es tal que ese precio sea igual al costo marginal, y el ingreso medio (es decir, el precio) supere al menos el costo medio variable. Si no, es mejor no producir. Esto es, la oferta de corto plazo es 0 para cualquier precio mientras el CMe variable sea menor al CMg, y la curva de CMg para precios superiores.

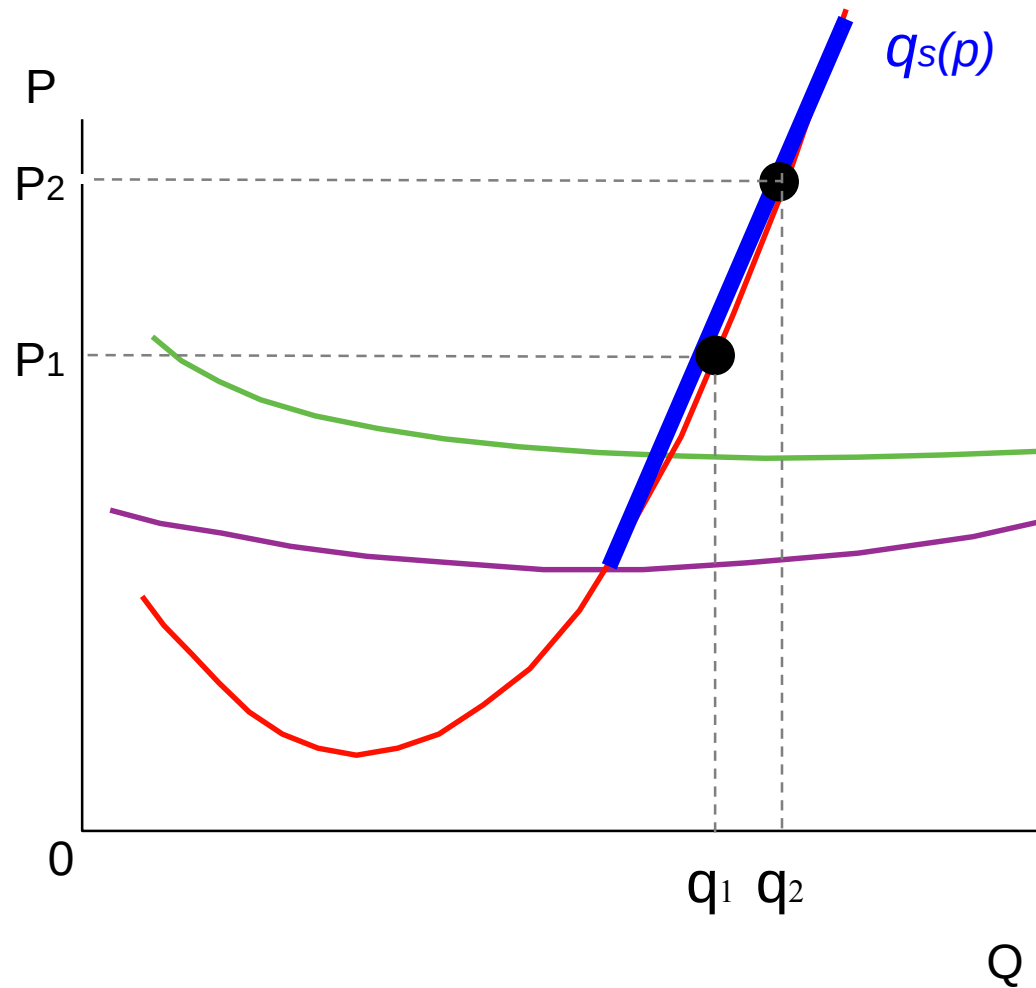
$$q_s(p) = \begin{cases} 0, & p < CMeV \\ p = CMg(q), & p \geq CMeV \end{cases}$$

# Curva de oferta competitiva $q_s(p)$ corto plazo

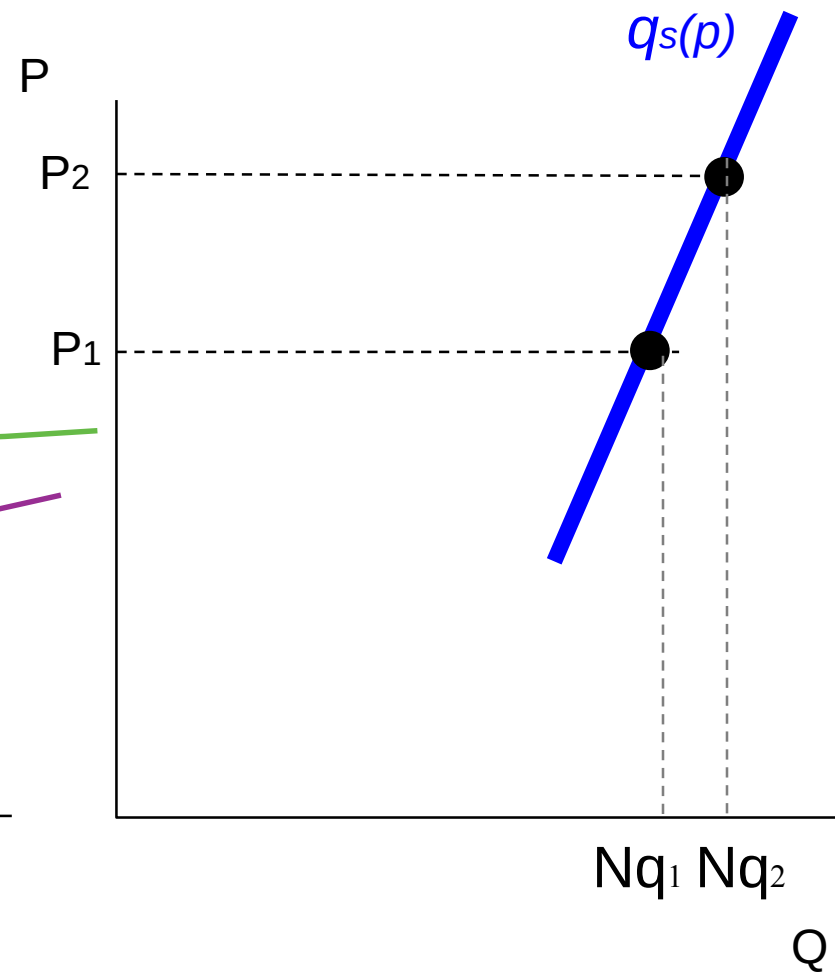


# Curva de oferta competitiva corto plazo

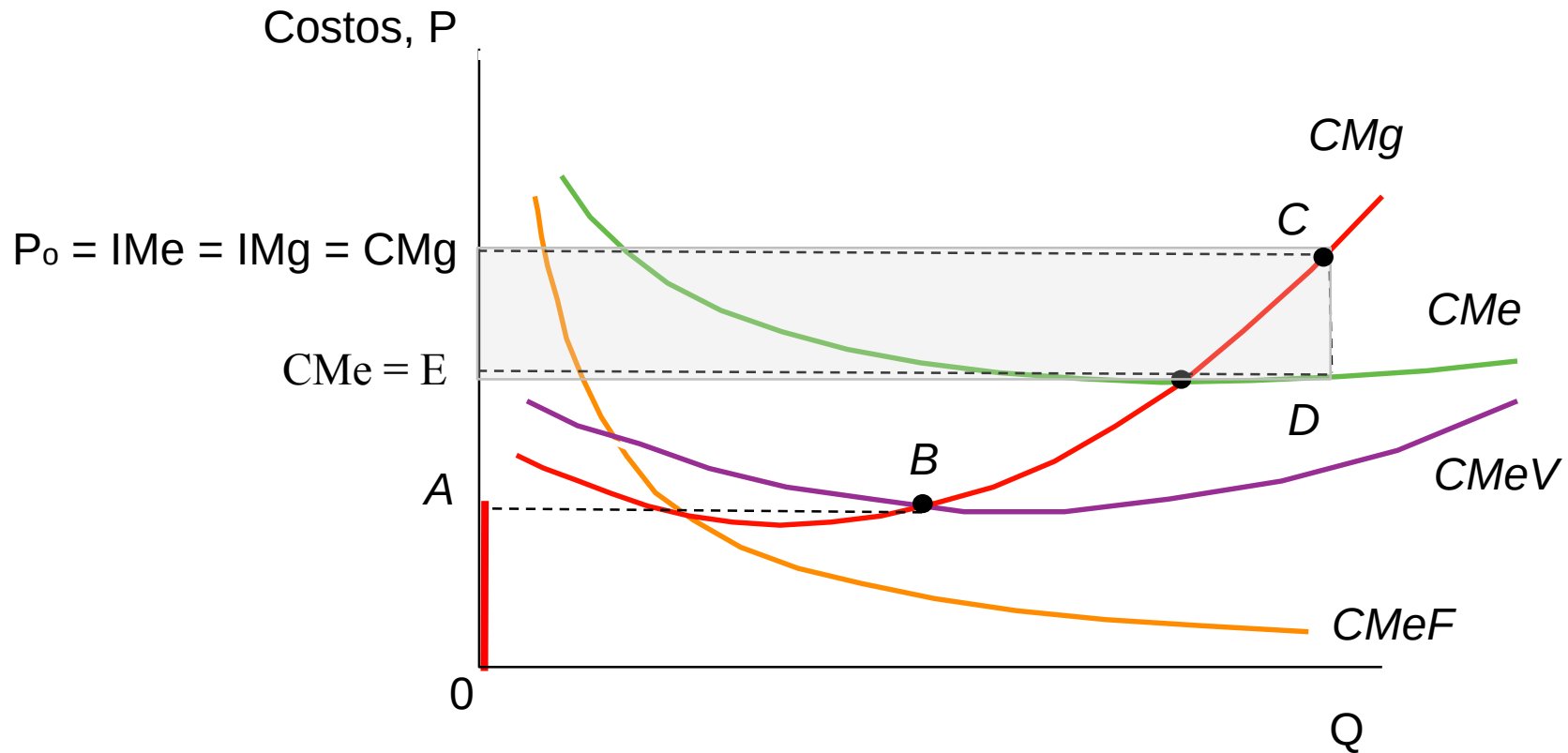
Una firma



Mercado con N firmas



# Curva de oferta competitiva $q_s(p)$ corto plazo



El rectángulo EDCP<sub>0</sub> representa la utilidad por producir Q a P<sub>0</sub>  
 $= IT (P_0 \times Q) - CT (CMe \times Q)$

Con retornos constantes a escala, en el largo plazo entran firmas hasta que la renta anormal = 0.