

Mecánica: Clase auxiliar 23

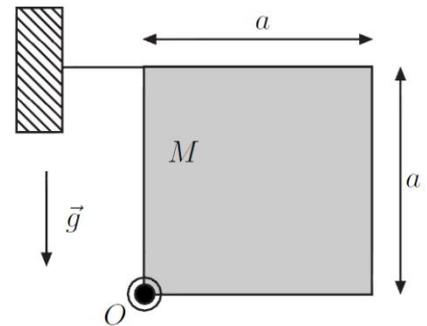
Profesor: Andrés Escala, Profesores Auxiliares: Patricio Venegas A. y Alejandro Escobar N.

3 de Agosto de 2015

Problema 1

Considere una lámina cuadrada homogénea de lado a y masa M que puede girar sin roce alrededor de un eje horizontal fijo y perpendicular a la lámina, que pasa por uno de sus vértices (O). Inicialmente, la lámina se encuentra en reposo sujeta por un hilo, como se indica en la figura adjunta.

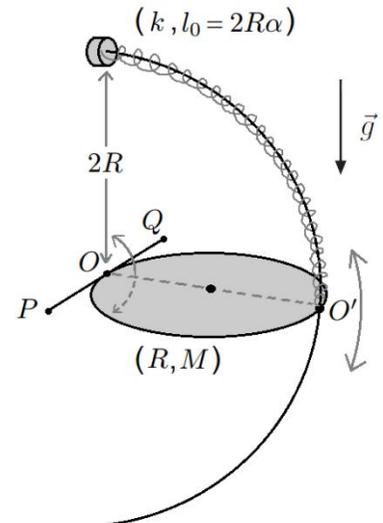
- Calcular el momento de inercia respecto al eje que pasa por O perpendicular al plano de la lámina.
- Calcular la tensión del hilo.
- En cierto instante se corta el hilo y la lámina empieza a girar alrededor del eje O . Determinar la velocidad angular máxima que alcanza la lámina.
- Encontrar las posiciones de equilibrio y el período de pequeñas oscilaciones en el caso de los equilibrios estables.



Problema 2

Un disco homogéneo de masa M y radio R puede girar en torno a un eje \overline{PQ} que lo toca tangencialmente en un punto O . En otro punto O' (radialmente opuesto a O) el disco está unido a un resorte que se puede estirar y apretar a través de una guía circunferencial como muestra la figura. El resorte tiene constante elástica k y largo natural $l_0 = 2R\alpha$, con α un factor constante y adimensional. Se pide:

- Calcular el momento de inercia del disco respecto al eje \overline{PQ} que pasa por O .
- Calcular el valor de α para que el disco horizontal sea un equilibrio estable del sistema y determine la frecuencia de pequeñas oscilaciones.



Matriz de inercia:
$$I_{ij} = \int (r^2 \delta_{ij} - r_i r_j) dm$$

Teorema de Steiner:
$$I^P = I^G + Md^2$$

Momento angular:
$$\vec{L}_P = I_P \vec{\Omega}$$