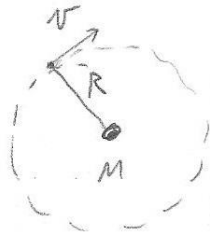


Punto P3, C3

órbita circular:



$$r(\theta) = \frac{r_0(1+e)}{1+e \cos \theta} = \frac{\frac{l^2}{GM}}{1 + \sqrt{1 + \frac{2 \epsilon l^2}{(GM)^2}} \cos \theta}$$

• En círculo $e=0$

• momento angular

$$\Rightarrow R = \frac{l^2}{GM}$$

$$\Rightarrow l = R v$$

$$\Rightarrow l^2 = R^2 v^2$$

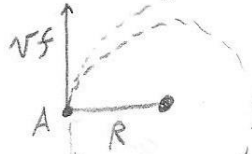
$$\Rightarrow R = \frac{R^2 v^2}{GM} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad (1)$$

+ 1 punto

a) Impulso tangencial:

• Apóhelio $\Rightarrow \epsilon = 0$



* Como el impulso es tangencial, la velocidad resultante también es solo tangencial en el punto A.

$\Rightarrow$ En el punto A la energía es:

$$\epsilon_A = 0 = \frac{(v_f)^2}{2} - \frac{GM}{R} \Rightarrow$$

$$\frac{GM}{2R} f^2 = \frac{GM}{R} \Rightarrow$$

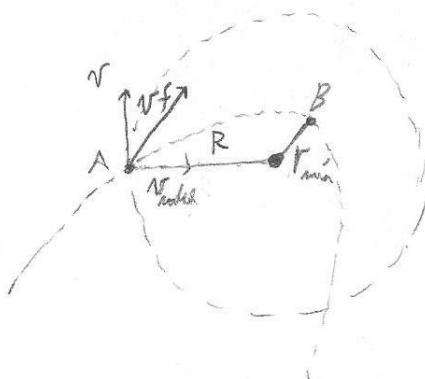
$$f = \sqrt{2}$$

moneda (1)

+ 1 punto

b) Impulso radial hacia el planeta:

• Como el impulso cambia lo repecho en un factor f , el desarrollo es idéntico al anterior.

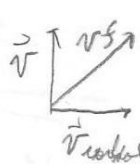


$$\epsilon_A = 0 = \frac{v^2 + v_{radial}^2}{2} - \frac{GM}{R}$$

$$= \frac{(fv)^2}{2} - \frac{GM}{R} = 0$$

$\downarrow$

* se sabe v_{radial} no es conocido, lo sumo de v_{radial}^2 y $v_{\text{tangencial}}^2 = v^2$ es $(5v)^2$



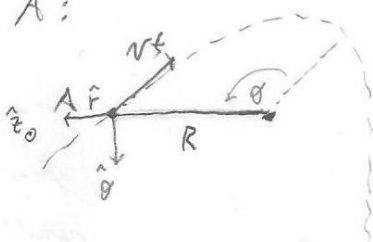
$$\Rightarrow (\vec{v} + \vec{v}_{\text{radial}})^2 = v^2 + v_{\text{radial}}^2 = (5v)^2$$

$$\Rightarrow \frac{(5v)^2}{2} - \frac{GM}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{5 = \sqrt{2}} \quad \boxed{+ 2 \text{ punto}}$$

(1)

c) usando conservación de momento:

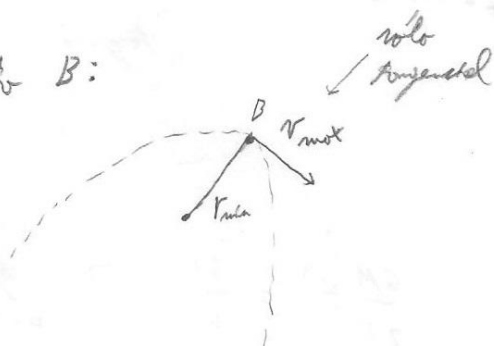
• en punto A:



$$\vec{L}_A = \vec{r}_A \times \vec{v}_A = R \hat{r} \times (-v \hat{\theta} + v_{\text{rad}} \hat{r}) = -Rv \hat{z}$$

$$\Rightarrow L_A^2 = (Rv)^2$$

• en punto B:



$$\Rightarrow \vec{L}_B = \vec{r}_B \times \vec{v}_B = r_{\min} \hat{r} \times (-v_{\max} \hat{\theta}) = -r_{\min} v_{\max} \hat{z}$$

$$\Rightarrow L_B^2 = (r_{\min} v_{\max})^2 \quad (2) \quad \boxed{+ 7 \text{ punto}}$$

• por conservación de momento: $L^2 = L_A^2 = L_B^2 \Rightarrow \boxed{R^2 v^2 = r_{\min}^2 v_{\max}^2}$

• en punto B la energía es: $E_B = 0 = \frac{v_{\max}^2}{2} - \frac{GM}{r_{\min}} \Rightarrow v_{\max}^2 = \frac{2GM}{r_{\min}}$

$$(2) \Rightarrow r_{\min} = \frac{2GM}{R^2 v^2} r_{\min}^2 \Rightarrow r_{\min} = \frac{R^2}{2GM} \frac{GM}{R} \Rightarrow \boxed{r_{\min} = \frac{R}{2}}$$

(1)

$$\boxed{+ 7 \text{ punto}}$$