

Mecánica: Auxiliar # 14

Profesor: Andrés Escala, Profesores Auxiliares: Patricio Venegas A. y Alejandro Escobar N.

Lunes, 4 de Mayo de 2015

Problema 1

Considere el siguiente potencial: $U(x) = \frac{-Wd^2(x^2+d^2)}{x^4+8d^4}$

- Encuentre los puntos de equilibrio.
- (*Propuesto*) Analice estabilidad. Grafique el potencial para verificar sus resultados.

Problema 2

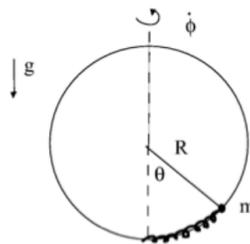
Una partícula está bajo la influencia de una fuerza $\vec{F} = (-kx + kx^3/\alpha^2)\hat{x}$, donde k y α son constantes positivas.

- Determine el potencial $U(x)$
- Si la partícula comienza en un equilibrio estable del sistema, ¿qué velocidad inicial debe tener para alcanzar la posición de equilibrio inestable?

Problema 3

Considere un aro de radio R que se encuentra fijo en un plano vertical. Inserto en el aro desliza con roce despreciable un anillo de masa m . El anillo está unido a un resorte fijo en $\theta = 0$ con constante elástica k y largo natural $l_0 = 0$.

- Encuentre la posición de equilibrio y el período de pequeñas oscilaciones.
- Ahora el aro rota en torno al eje z con velocidad angular constante Ω . Repita el análisis anterior. ¿Qué puede decir de la estabilidad del punto de equilibrio de la parte anterior?



Problema 4

Una partícula puede deslizar sin roce sobre una superficie curva, determinada por la ecuación:

$$y(x) = ax^2 - \cos x$$

donde $y(x)$ es la altura de la superficie cuando la partícula está en la posición horizontal x . Hay gravedad actuando sobre la partícula.

- (a) Deduzca el potencial $U(x)$ del sistema, como función de la posición x .
- (b) Encuentre un punto de equilibrio trivial del sistema. Luego ajuste el valor de a para que $x_2 = \frac{\pi}{6}$ sea también un punto de equilibrio.
- (c) Determine estabilidad de los puntos anteriores utilizando el valor encontrado de a .
- (d) (*Propuesto*) Calcule la frecuencia de pequeñas oscilaciones del equilibrio estable.

formulario:

velocidad en esféricas: $\vec{v} = r\dot{\hat{r}} + r\dot{\theta}\hat{\theta} + r\dot{\phi}\sin\theta\hat{\phi}$

derivadas de vectores unitarios:

$$\frac{d\hat{r}}{dt} = \dot{\theta}\hat{\theta} + \dot{\phi}\sin\theta\hat{\phi}$$

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = -\dot{\theta}\hat{r} + \dot{\phi}\cos\theta\hat{\phi}$$

$$\frac{d\hat{\phi}}{dt} = -\dot{\phi}(\sin\theta\hat{r} + \cos\theta\hat{\theta})$$