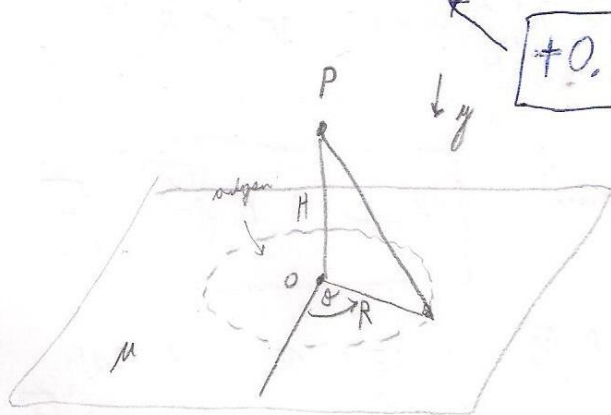


Punto P3

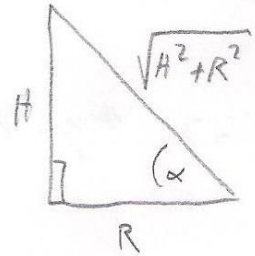
• Usamos cilíndricos $(\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{z})$



a motor:

α no es dato!

pero H y R sí son datos



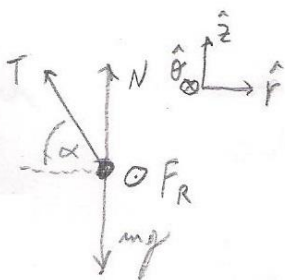
$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{H}{\sqrt{H^2 + R^2}} \quad \cos \alpha = \frac{R}{\sqrt{H^2 + R^2}}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{H}{R} \quad (1) \quad \boxed{+0.2}$$

tal vez más tarde

a)

DCL



Ec. de movimiento:

no hay movimiento en $z \Rightarrow z=0 \Rightarrow \dot{z}=\ddot{z}=0$

$$\hat{z} \quad 0 = N + T \sin \alpha - mg$$

$$\Rightarrow N = mg - T \sin \alpha \quad (2) \quad \boxed{+0.5}$$

$\hat{\theta}$ no nos interesa por ahora

$$\hat{r} \quad m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = -T \cos \alpha \Rightarrow T = \frac{m R \dot{\theta}^2}{\cos \alpha} \quad (3) \quad \boxed{+0.5}$$

$$r=R$$

$$\Rightarrow \dot{r}=\ddot{r}=0$$

monstr (3) en (2):

$$\Rightarrow N = mg - m R \dot{\theta}^2 \tan \alpha \quad (4)$$

• vemos la forma de la velocidad: $\vec{v} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta} + \dot{z} \hat{z}$

$$\Rightarrow \vec{v} = R \dot{\theta} \hat{\theta} \Rightarrow \text{rapidez: } v = R \dot{\theta} \Rightarrow v^2 = R^2 \dot{\theta}^2 \quad \boxed{+0.5}$$

monstr (1) en (4)

$$\text{y reemplazando términos} \Rightarrow N = mg - \frac{m}{R} \underbrace{R^2 \dot{\theta}^2}_{v^2} \frac{H}{R} = mg - \frac{m H}{R^2} v^2$$



Condición de no despegue: $N > 0 \Rightarrow N = m g - \frac{m H}{R^2} v^2 > 0$ +0.5

$\Rightarrow m g > \frac{m H}{R^2} v^2 \Rightarrow v^2 < \underbrace{R^2 \frac{g}{H}}_{>0} \Rightarrow v < R \sqrt{\frac{g}{H}}$

El caso límite es: velocidad máxima: $v_{\max} = R \sqrt{\frac{g}{H}}$ +0.5

b) Ahora tenemos $v(t=0) = \frac{1}{2} v_{\max} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{g}{H}} \Rightarrow v(0) = R \dot{\theta}(0)$

$\Rightarrow \dot{\theta}(0) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{H}}$ (5)

Usar la ec. de movimiento en $\hat{\theta}$

2 supuestos $\theta(0) = 0$

+0.5

$\hat{\theta} \mid m(R\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) = -\mu N$ +0.5 ← moneda la normal de la parte exterior

lo patialo se mueve en $\hat{\theta}$ positivo

$\Rightarrow$ el roce se opone al movimiento que sólo existe en $\hat{\theta}$

$\Rightarrow m R \ddot{\theta} = -\mu (m g - m H \dot{\theta}^2) \Rightarrow \ddot{\theta} = \dot{\theta} \frac{d\dot{\theta}}{d\theta} = \frac{-\mu}{R} (g - H \dot{\theta}^2)$ +0.5

Integramos: $\int_{\dot{\theta}(0)}^{\dot{\theta}} \frac{\dot{\theta} d\dot{\theta}}{g - H \dot{\theta}^2} = \frac{-\mu}{R} \int_{\theta(0)=0}^{\theta} d\theta = \frac{-\mu}{R} (\theta - 0)$ (6) +0.5

Reemplazamos $\frac{1}{g} \int_{\dot{\theta}(0)}^{\dot{\theta}} \frac{\dot{\theta} d\dot{\theta}}{1 - \frac{H}{g} \dot{\theta}^2} = \frac{1}{g} \frac{g}{H} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\psi} \frac{\sin \psi \cos \psi d\psi}{1 - \sin^2 \psi} = \frac{1}{H} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\psi} \tan \psi d\psi$

condición de no despegue: $\sqrt{\frac{H}{g}} \dot{\theta} = \sin \psi \Rightarrow \frac{H}{g} \dot{\theta}^2 = \sin^2 \psi \Rightarrow 1 - \frac{H}{g} \dot{\theta}^2 = \cos^2 \psi$
 variable: $\Rightarrow \sqrt{\frac{H}{g}} d\dot{\theta} = \cos \psi d\psi \Rightarrow \sqrt{\frac{H}{g}} \dot{\theta}(0) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2g}{H}} = \sin \psi(0) \Rightarrow \psi(0) = \frac{\pi}{6}$

$$= \frac{1}{H} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\psi} \cos \psi \, d\psi = \frac{1}{H} \left[\sin(\psi) \right]_{\frac{\pi}{6}}^{\psi} = \frac{1}{H} \left[\sin(\psi) - \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right]$$

recuperando (6):

$$\Rightarrow -\frac{\mu}{R} \theta = \frac{1}{H} \left(\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \ln\left(\sqrt{1 - \frac{H}{g} \dot{\theta}^2}\right) \right)$$

• usando las condiciones iniciales
obtenemos esto es. por:
 $\theta = \theta(\dot{\theta})$

• Ahora supongamos "condiciones finales": la partícula se detiene al
dar una vuelta $\Rightarrow \theta = 2\pi$ y $\dot{\theta} = 0$

$$\Rightarrow -\frac{\mu}{R} 2\pi = \frac{1}{H} \left(\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \ln(1) \right) \quad \text{despejamos } \mu$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{-R}{2\pi H} \ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{R}{2\pi H} \ln\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1.1547 > 1$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) > 0$$

$$\Rightarrow \mu > 0 \text{ bien!}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu = \frac{R}{2\pi H} \ln\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)}$$

+1 (resolver integral y concluir)