

Mecánica: Tercera Clase Auxiliar

Profesor: Andrés Escala, Profesores Auxiliares: Patricio Venegas A. y Alejandro Escobar N.

25 de marzo de 2015

1. Problema 1: Espiral Exponencial

Una partícula se mueve con rapidez constante v_0 en la espiral descrita por:

$$x(\theta) = Re^{k\theta} \cos(\theta), \quad y(\theta) = Re^{k\theta} \sin(\theta) \quad \text{con } \theta \in [0, 2\pi], \quad k > 0$$

- Expresar la trayectoria en coordenadas polares (r, θ) .
- Calcular el vector velocidad en polares. Expréselo en términos de v_0 y k .
- Calcular el vector aceleración en polares. Expréselo en términos de v_0 , k y r .
- Demuestre que la velocidad y aceleración son siempre ortogonales para este movimiento.
- Usando que $r(t=0) = R$, calcule el ángulo θ y la velocidad angular en función del tiempo.

2. Problema 2: Partícula en un Cono

Una partícula está restringida a moverse en un cono de semiángulo $\frac{\pi}{4}$. Su rapidez en el eje radial (esféricas!) es constante e igual a c . Además, su trayectoria es tal que cumple: $\phi = 2\pi \frac{r}{R}$ (R es un parámetro y ϕ es el ángulo polar en el plano $x-y$).

- Sabiendo que $r(t=0) = 0$, obtenga la velocidad y aceleración en función del tiempo.
- ¿A qué distancia radial del origen se encuentra la partícula cuando la rapidez es igual a $3c$?
- De una expresión para la distancia total recorrida por la partícula hasta el punto descrito en la parte b (Hint: no resuelva la integral!).
- Calcule el radio de curvatura en el punto descrito en la parte b.

Fórmulas útiles:

$$\text{Velocidad en esféricas: } \vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} + r\dot{\phi}\sin\theta\hat{\phi}$$

$$\begin{aligned} \text{Aceleración en esféricas: } \vec{a} = & (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2\sin^2\theta)\hat{r} \\ & + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2\sin\theta\cos\theta)\hat{\theta} \\ & + (r\ddot{\phi}\sin\theta + 2\dot{r}\dot{\phi}\sin\theta + 2r\dot{\theta}\dot{\phi}\cos\theta)\hat{\phi} \end{aligned}$$

Saludos Cordiales