

Resumen:

- Posición en función del tiempo: $\vec{r} = \vec{r}(t)$

- Velocidad " " " : $\vec{v} = \dot{\vec{r}}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \vec{v}(t)$

- Aceleración " " " : $\vec{a} = \ddot{\vec{r}}(t) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \vec{a}(t)$

- Aceleración en función del largo de la curva:

$$S(t) = \int_{t_0}^t \|\dot{\vec{r}}(t')\| dt'$$

(S es un escalar)

y si la relación es invertible
se puede encontrar $t = t(S)$

Luego $\vec{r} = \vec{r}(t(S)) = \vec{r}(S)$

velocidad: $\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dS} \frac{dS}{dt} = \hat{t} \dot{S}$

entonces: $\hat{t} = \frac{d\vec{r}}{dS}$

y $\vec{v} = \dot{S} \hat{t}$ ← siempre tangencial

aceleración: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{S} \hat{t}) = \frac{d\dot{S}}{dt} \hat{t} + \frac{d\hat{t}}{dt} \dot{S}$

$$= \ddot{S} \hat{t} + \frac{d\hat{t}}{dS} \frac{dS}{dt} \dot{S}$$

identificamos: $\hat{n} = \frac{1}{\kappa} \frac{d\hat{t}}{dS}$

$$\Rightarrow \vec{a} = \ddot{S} \hat{t} + \dot{S}^2 \kappa \hat{n} \Rightarrow \begin{aligned} \vec{a}_t &= \ddot{S} \hat{t} && \text{tangencial} \\ \vec{a}_n &= \dot{S}^2 \kappa \hat{n} && \text{normal} \end{aligned}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

curvatura: $\kappa = \left\| \frac{d\hat{t}}{ds} \right\| = \frac{1}{\rho}$ radio de curvatura.

vector tangente: $\hat{t} = \frac{d\vec{r}}{ds}$

vector normal: $\hat{n} = \frac{1}{\kappa} \frac{d\hat{t}}{ds}$

vector binormal: $\hat{b} = \hat{t} \times \hat{n}$

Torsión: $\tau = -\hat{n} \cdot \frac{d\hat{b}}{ds} \rightarrow$ nulo para curvas planas

$(\hat{t}, \hat{n}, \hat{b})$ son ortogonales

