

Mecánica: Primera Clase Auxiliar

Profesor: Andrés Escala, Profesores Auxiliares: Patricio Venegas A. y Alejandro Escobar N.

16 de marzo de 2015

1. Problema 1: Hélice Canónica

Analizar con coordenadas intrínsecas el movimiento de una partícula que se mueve en la hélice:

$$\vec{r}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ t \end{pmatrix}$$

- (a) Parametrizar en función del largo de arco: $\vec{r} = \vec{r}(s)$ con $S(t) = \int_0^t \|\dot{\vec{r}}(t')\| dt'$
- (b) Calcular el vector tangente ($\hat{t}$), la curvatura (κ) y el vector normal ($\hat{n}$). ¿Qué puede decir del valor de la curvatura?
- (c) Calcular el vector binormal ($\hat{b}$) y la torsión (τ). ¿Qué puede decir de esta última?

2. Problema 2: Movimiento Catenario

Se pide describir paramétricamente una partícula que se mueve en una catenaria (coseno hiperbólico) a través de coordenadas intrínsecas.

- (a) Parametrizar el vector posición: $\vec{r} = \vec{r}(t)$
- (b) Parametrizar en función del largo de arco: $\vec{r} = \vec{r}(s)$ con $S(t) = \int_0^t \|\dot{\vec{r}}(t')\| dt'$
- (c) Calcular el vector tangente ($\hat{t}$), la curvatura (κ), el vector normal ($\hat{n}$), el vector binormal ($\hat{b}$) y la torsión (τ) de la curva.
- (d) Con lo obtenido, calcule la velocidad y aceleración del movimiento en coordenadas intrínsecas. ¿Se obtiene lo mismo que simplemente derivando $\vec{r}(t)$?

3. Problema 3: Cicloide Inversa

Una partícula está confinada a moverse en una cicloide 'inversa'. Se pide estudiar su movimiento con coordenadas paramétricas.

$$x(t) = R(t - \sin(t)) , y(t) = R(1 + \cos(t)) \text{ con } t \in [0, 2\pi]$$

- (a) Calcular la velocidad de la partícula y su módulo.
- (b) Calcular la aceleración total de la partícula.
- (c) Calcular las componentes tangencial y normal de la aceleración.
- (d) Deducir la curvatura y la torsión de la curva con lo obtenido anteriormente.

Saludos