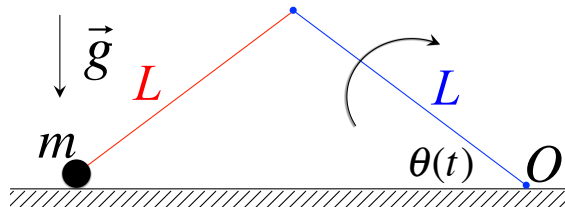
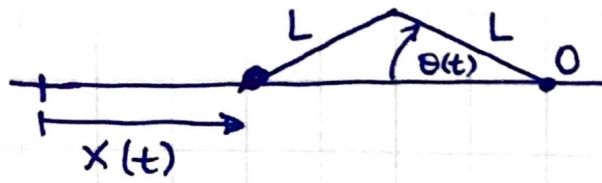


Una partícula de masa m está atada, mediante una cuerda de largo L , al extremo de una barra también de largo L , como se muestra en la figura. Inicialmente, estando la barra y la cuerda en posición horizontal con la partícula a una distancia $2L$ de O , la barra se hace girar en torno a O para producir en la partícula un movimiento con aceleración constante igual a $g\sqrt{3}$.

Despreciando todo tipo de roces, determine:

- Una expresión para el ángulo θ en función del tiempo. No se pide la velocidad angular de la barra.
- La tensión de la cuerda en función del ángulo θ y la reacción normal en función del ángulo θ
- Si la tensión máxima que soporta la cuerda es $T_{M\acute{A}X} = mg\sqrt{6}$, qué ocurre primero: se corta la cuerda o la partícula se despega del suelo? Justifique su respuesta. En qué instante ocurre esta situación?



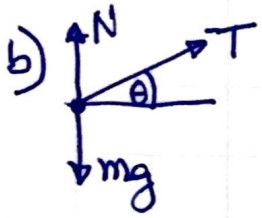


a) $x = 2L - 2L \cos \theta$

además $a = g\sqrt{3}$
 $N(0) = 0$

$$\left. \begin{array}{l} a = g\sqrt{3} \\ N(0) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x(t) = \frac{1}{2} g\sqrt{3} t^2 \quad \left. \begin{array}{l} 2L(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} g\sqrt{3} t^2 \\ 1 - \cos \theta = \frac{1}{4L} g\sqrt{3} t^2 \end{array} \right\}$$

$$\therefore \boxed{\cos \theta = 1 - \frac{\sqrt{3}g}{4L} t^2} \quad (*)$$



$$T \cos \theta = ma \quad (b.1) \Rightarrow \boxed{T(\theta) = \frac{\sqrt{3} mg}{\cos \theta}}$$

$$T \sin \theta + N = mg \quad (b.2)$$

$$T(\theta) \text{ en } (b.2) : N = mg - \frac{\sqrt{3} mg \sin \theta}{\cos \theta} \Rightarrow \boxed{N(\theta) = mg[1 - \sqrt{3} \tan \theta]}$$

c) i) Sea θ_c el θ para el cual se alcanza la condición de corte de la cuerda (suponiendo que no ha habido despegue).

$$\Rightarrow T(\theta = \theta_c) = T_{\max} \Rightarrow \frac{\sqrt{3} mg}{\cos \theta_c} = mg\sqrt{6} \Rightarrow \cos \theta_c = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{\theta_c = \pi/4}$$

ii) Sea θ_d el θ para el cual la partícula alcanza la condición de despegue (suponiendo que la cuerda no se ha cortado).

$$\Rightarrow N(\theta = \theta_d) = 0 \Rightarrow mg[1 - \sqrt{3} \tan \theta_d] = 0 \Rightarrow \tan \theta_d = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{\theta_d = \pi/6}$$

$\therefore$ La partícula alcanza primero su condición de despegue.

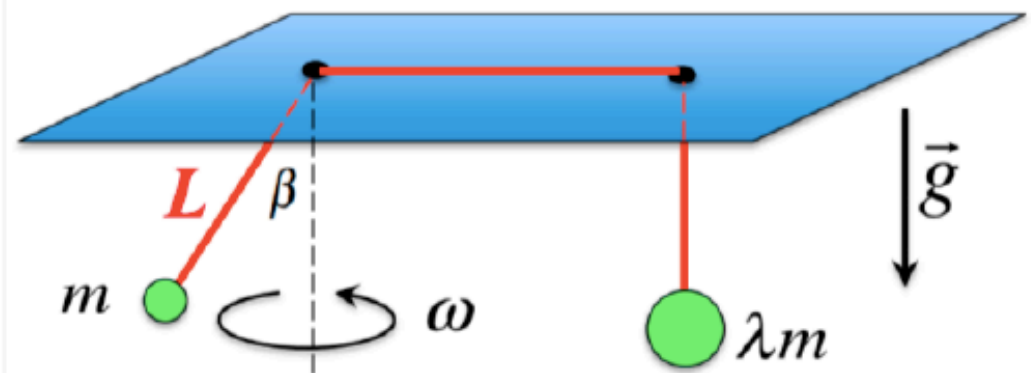
iii) Para determinar el instante en que esto ocurre, usamos la expresión (*) encontrada en (a).

$$\cos(\theta_d) = \cos(\pi/6) = 1 - \frac{\sqrt{3}g}{4L} t_F^2 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 - \frac{\sqrt{3}g}{4L} t_F^2$$

$$\Rightarrow \boxed{t_F = \sqrt{\frac{2L}{g} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 1 \right)}}$$

Problema 3

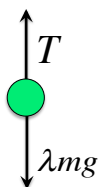
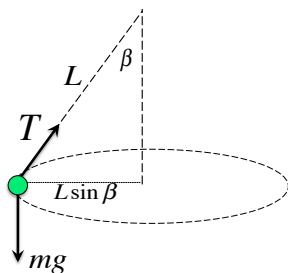
Dos esferas están unidas por una cuerda ideal que pasa por dos orificios de una mesa horizontal, con la geometría que se muestra en la figura. El bloque, de masa λm ($\lambda > 1$), cuelga verticalmente. Mientras que la esfera, de masa m , gira con velocidad angular ω . Si no hay roce en ninguna parte, determinar el valor de ω y el ángulo β en condiciones de equilibrio, es decir, que la esfera de masa λm no deslice.



Solución Problema 3:

Por condición de enunciado (equilibrio) la posición vertical de ambas partículas se mantiene constante, y la partícula de masa m describe un movimiento circular de radio $L \sin \beta$ y velocidad angular ω .

Diagramas de cuerpo libre:



Ecuaciones del movimiento:

Para m :

$$T \cos \beta - mg = 0 \quad (1)$$

$$T \sin \beta = m\omega^2 L \sin \beta \Rightarrow T = m\omega^2 L \quad (2)$$

Para λm :

$$T - \lambda mg = 0 \quad (3)$$

de (3) $T = \lambda mg$

$$T \text{ en (1)} \Rightarrow \lambda mg \cos \beta - mg = 0 \Rightarrow \lambda \cos \beta = 1 \Rightarrow \boxed{\cos \beta = 1/\lambda}$$

$$T \text{ en (2)} \Rightarrow \lambda mg = m\omega^2 L \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\lambda g/L}}$$