Prof. Claudio Romero
Auxs. Natalia Díaz
Gustavo Lagos
Fabián Souto

FI1001-Introducción a la Física
Otoño 2015

Pauta P1 C1

Fecha Martes 19 de Mayo

Pregunta N^{o}1

Solución

Se parte por identificar las fuerzas que actúan en cada masa. En el marco se pueden identificar 2 contactos (suelo y resorte), la fuerza de gravedad y la fuerza F actuando sobre éste. Como el contacto con presencia roce se puede descomponer en Normal y Fuerza de Roce, en total en el marco actúan 5 fuerzas. En la masa m solo se ve el contacto del resorte. Sumando la gravedad, sobre éste cuerpo actúan 2 fuerzas. Por lo tanto los DCL de las masas quedan de la siguiente forma:

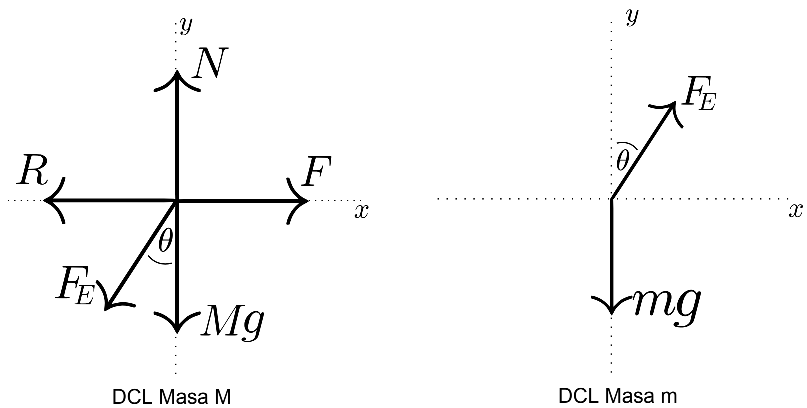

Figura 1: Diagramas de Cuerpo Libre

Ahora, plantean las ecuaciones de newton para cada masa y en cada dirección. Las condiciones especiales en este caso son que ninguna masa posee aceleración en el eje y, y que comparten la misma aceleración en el eje x.

Ecuaciones masa M.

$$F - R - F_E \cdot \sin\theta = Ma \tag{1}$$

$$N - Mg - F_E \cdot \cos\theta = 0 \tag{2}$$

Ecuaciones masa m.

$$F_E \cdot \cos\theta - mg = 0 \Rightarrow F_E \cdot \cos\theta = mg \tag{3}$$

$$F_E \cdot \sin\theta = ma \tag{4}$$

De este último set, podemos ver que las incognitas del problema, fuerza elástica y ángulo θ, quedan completamente determinadas (sistema 2x2) si uno conoce la aceleración del sistema. Procedemos a calcular la aceleración y despejar de éste sistema de ecuaciones lo que se solicita en el enunciado.

Reemplazando (3) en (2) se obtiene una expresión para la normal

$$N = (M + m)g \tag{5}$$

Y como el roce es cinemático, $R = \mu_c N$, quedando

$$R = \mu_c(M + m)g \tag{6}$$

Reemplazando (6) y (4) en (1), podemos calcular la aceleración:

$$F - R - ma = Ma \Rightarrow F - R = (M + m)a \Rightarrow F - \mu_c(M + m)g = (M + m)a \tag{7}$$

Por lo tanto

$$a = \frac{F}{m + M} - \mu_c g \tag{8}$$

Asumiendo la aceleración conocida, podemos plantear el sistema de 2x2 con la elongación Δ del resorte:

$$k\Delta \cos\theta = mg \tag{9}$$

$$k\Delta \sin\theta = ma \tag{10}$$

Resultando

$$\tan\theta = \frac{a}{g} \tag{11}$$

$$\Delta = \frac{mg}{k\cos\theta} \tag{12}$$

El análisis dimensional de este resultado nos indica que al menos las unidades están correctas. Un análisis de situaciones extremas nos indica que además las expresiones tienen sentido lógico: si a tiende a infinito, vemos que $\tan\theta$ también crece a infinito, lo que significaría que θ tiende a $\pi/2$, lo que tiene sentido. Además si a es 0, podemos ver que en ese caso $\tan\theta = 0 \Rightarrow \theta = 0$, algo esperable en una situación estática. Por otro lado, en este caso la elongación del resorte es justamente $\Delta = \frac{mg}{k}$, que es el resultado de la posición de equilibrio de un resorte vertical.