

UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
EL7041-1 COMUNICACIONES DIGITALES AVANZADAS

Proyecto 2

Simulación de un Sistema de Comunicación Digital en un canal Rayleigh

Alumno: Hernán Felipe Arraño Scharager
Profesor: César Azurdia M.
Fecha: 29 de mayo de 2014

Índice

1. Introducción	2
2. Marco Teórico	3
2.1. Esquema de un sistema de comunicación	3
2.2. Multipath fading: Rayleigh channel	3
3. Método de Simulación	7
4. Resultados de Simulaciones	8
4.1. Modulación BPSK	8
4.2. Modulación QPSK (QAM)	9
4.3. 16QAM	9
4.4. Comparación del BER para BPSK, QPSK (QAM) y 16QAM	10
5. Análisis de los Resultados	11
6. Conclusiones	13
7. Anexos: Códigos	14
7.1. Función Rayleigh	14
7.2. Simulación para BPSK	15
7.3. Simulación para QPSK (QAM)	17
7.4. Simulación para 16-QAM	19
Referencias	22

1. Introducción

En cada una de los tipos o técnicas de comunicación existentes, independiente de cual se trate, la señal/mensaje que se desea transmitir desde una fuente hacia un receptor debe pasar por un cierto **canal**, dado que de manera contraria este no pudiese ser entregado al destinatario. Puede entenderse al canal como un medio físico por el cual viaja una onda y en la mayoría de los casos este tiene algún efecto sobre la señal original de manera que puede verse desfasada, atenuada o corrupta totalmente mediante ruido.

El sistema más sencillo en el estudio de comunicaciones es el clásico canal “*ideal*” *Additive White Gaussian Noise* (AWGN), encontrándose presente siempre si es que se es riguroso, ya que aun cuando se quiera uno nunca se puede deshacer del ruido. En este tipo de sistemas las muestras de ruido son estadísticamente independientes unas de otras llevando una distribución Gausiana libre de *Inter Symbol nterference* (ISI), y es usualmente el punto de partida para entender las relaciones básicas existentes en un enlace de comunicación [11]. Como bien dice el nombre, el AWGN inserta la misma potencia de ruido en todas las frecuencias, de ahí provienen las palabras “*white noise*” o ruido blanco. Es por lo anterior que este tipo de canal no es selectivo en frecuencia, hecho que favorece su análisis, ya que las señales inmersas en un canal AWGN tendrán siempre el mismo modo de análisis independiente de la frecuencia que tenga el espectro del mensaje.

Para finalidades prácticas, se considera a este último canal como el *canal perfecto*, ya que no considera otros parámetros de diseño y luego de una comunicación ideal sin ruido (cosa que es imposible de lograr en la realidad) es el modelo más sencillo conocido.

Si es que de por si el canal AWGN puede causar dolor de cabeza al momento de analizar un sistema de comunicación, por lástima la historia empeora, ya que suelen haber muchos otros parámetros y criterios de diseño que se tienen que considerar para generar un modelo que se ajuste más a la realidad. Como se dijo anteriormente, un canal suele no solamente corromper la señal mediante la inserción de ruido, si no que pueden provocar un sin fin de efectos adversos al mensaje que se desea entregar. Es por esto que nacen distintos modelos de canal como lo son el *Multipath Rayleigh Fading Channel*, *frequency selective fading channel* o el *Rician Fading Channel*.

En este Proyecto se busca analizar el comportamiento de un *Multipath Rayleigh Fading Channel* en términos del “*Bit Error Rate*” para diversos tipos de modulacione digitales. Para esto se comenzará explicando la base teórica de un *fading channel*. En segundo lugar, se explicarán los métodos usados para simular este tipo de canal, seguido de los resultados obtenidos, para finalmente analizarlos y concluir.

Nota: en los anexos de este informe se entregan los códigos utilizados en la herramienta computacional MATLAB, para simular un canal Rayleigh.

2. Marco Teórico

2.1. Esquema de un sistema de comunicación

El esquema general de un sistema de comunicación digital se muestra en la Figura 1, donde $s(t)$ corresponde al mensaje transmitido, $h(t)$ es el modelo del canal empleado, $n(t)$ es ruido gaussiano blanco aditivo (AWGN) y la señal $r(t)$ es el mensaje recibido ($r(t) = s(t) * h(t) + n(t)$).

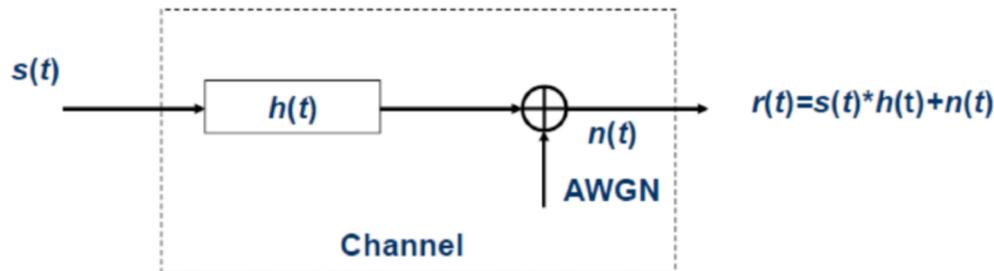


Figura 1: Esquema general de un sistema de comunicación digital.

Como se dijo en la Introducción, el ruido $n(t)$ es una variable aleatoria que siempre estará presente y por ende aun en los sistemas más sencillos uno nunca se podrá deshacer de él. Ahora, por otro lado el valor de $h(t)$ es el que corresponde al efecto que el canal le hará a una cierta señal que viaja por él y es esta última variable el centro de atención del presente trabajo.

2.2. Multipath fading: Rayleigh channel

El camino entre una *base station* y un dispositivo móvil está caracterizado por muchos obstáculos y reflexiones. Por ejemplo, en un ambiente *indoor* se tienen los muebles y paredes, por otro lado en uno *outdoor* existen los árboles, edificios, autos, etc. Estos factores repercuten de gran manera en la señal recibida por el destinatario. En la Figura 2 se muestra como se propaga una onda de radio en comunicaciones terrestres. El principio fundamental es que se está transmitiendo desde la *base station* en todas las direcciones posibles, ya que se cuenta con un antena omni-direccional, por lo que la señal no solamente está llegando directamente al receptor, si no que se refracta, choca con obstáculos (*scattering*) y finalmente llega al destino. Dado que las distancias en cada uno de estos recorridos antes de llegar al receptor son distintas, implica que los tiempo que tardan en llegar a destino también son distintos. En adición a lo anterior, la fase de la señal enviada varía debido a las reflexiones existentes. Como resultado, el receptor observa una superposición de señales, que consiste nada más y nada menos que a muchas ondas con diferente fase y tiempos de llegada, pero que a fin de cuentas es el mismo mensaje inicial que el transmisor quería entregar.

El nombre genérico que llevarán en este trabajo las ondas de radio que tienen tiempos de llegada mayores al que le toma a una onda que viaja en forma directa es el de *delayed waves* u ondas retardadas, y al medio o canal en el cual se encuentran presentes este último tipo de ondas lo llamaremos ambiente *multipath* (muchos caminos) de propagación.

En un ambiente *multipath* la señal recibida puede a veces ser intensificada u en otras ocasiones atenuada. Este fenómeno se conoce como *multipath fading* y la intensidad de la señal recibida cambia de momento en momento. Es por esto que **el *multipath fading* incrementa la tasa de error de los datos recibidos cuando una señal digital es enviada por este tipo de canal.**

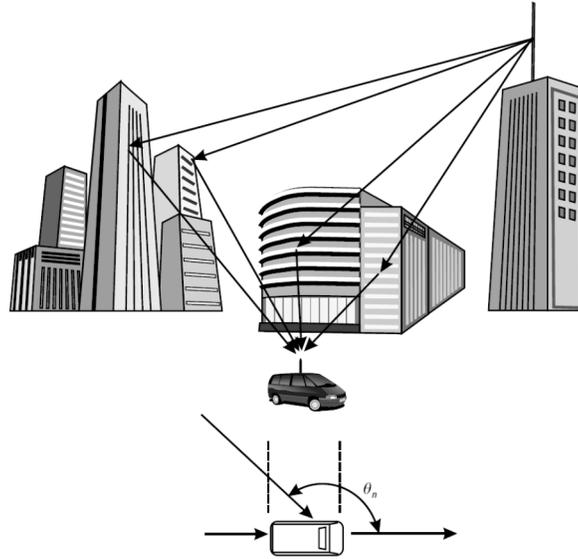


Figura 2: Esquema de comunicación *multipath*.

Sumado al hecho de que la señal puede tomar diversos caminos antes de llegar a destino, se encuentra el problema de que muchas veces se desea generar comunicaciones con terminales en movimiento, por ejemplo una persona hablando por su teléfono celular dentro de su auto. Una señal de radio transmitida desde una *base station* fija y un vehículo en movimiento en un ambiente urbano típico muestra extremas variaciones tanto en amplitud como en fase. Atenuaciones de 40 dB o mayores al nivel promedio de la señal son comunes [1].

Según [2], cuando la señal transmitida, desde la *base station*, tiene una frecuencia única f_c y se considera que la onda retardada llega formando un ángulo θ_n con la dirección el receptor lleva, como se observa en la Figura 2, la envoltura de esta señal proveniente de la n -ésima dirección del *multipath* está dada por:

$$r_n(t) = \text{Re}\{\mathcal{E}_n(t)e^{j2\pi f_c t}\} \quad (1)$$

Donde \mathcal{E}_n es:

$$\mathcal{E}_n(t) = R_n(t) \exp\left(j\left(\frac{2\pi(L_n - vt \cos \theta_n)}{\lambda} + \phi_n\right)\right) = x_n(t) + jy_n(t) \quad (2)$$

Aquí, L_n representa el largo del camino que siguió la señal, v es la velocidad a la cual se mueve el receptor, λ es la longitud de onda de la señal transmitida, $R_n(t)$ y $\phi_n(t)$ son la envoltura y fase de la n -ésima onda, y finalmente $x_n(t)$ e $y_n(t)$ son los factores de *fase* y *cuadratura* de $\mathcal{E}_n(t)$ respectivamente.

Aquí, la n -ésima onda que llega al receptor está desplazada en relación a f_c según $v \cos \theta_n / \lambda$ (Hz) y esto se conoce como el Efecto Doppler en comunicaciones móviles y se expresa como f_d . Si $\cos \theta_n = 1$ este último efecto es máximo, ya que es cuando se obtiene el valor máximo de v/λ . Se tiene entonces que la señal recibida viene dada por [1]-[3]-[4]:

$$r(t) = \sum_{n=1}^N r_n(t) \quad (3)$$

$$= \text{Re} \left\{ \left(\sum_{n=1}^N \mathcal{E}_n(t) \right) \exp 2\pi f_c t \right\} \quad (4)$$

$$= \text{Re} \{ (x(t) + jy(t)) (\cos 2\pi f_c t + j \sin 2\pi f_c t) \} \quad (5)$$

$$= x(t) \cos 2\pi f_c t - y(t) \sin 2\pi f_c t \quad (6)$$

Donde,

$$x(t) = \sum_{n=1}^N x_n(t), \quad y(t) = \sum_{n=1}^N y_n(t)$$

Ambas cantidades ($x(t)$ e $y(t)$) son variables aleatorias Gaussianas normalizadas, teniendo un valor promedio 0 y una desviación estándar σ , cuando N es lo suficientemente grande. Al mismo tiempo se cumple que son independientes (no existe correlación entre ellas). Por lo tanto tenemos que:

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right) \quad (7)$$

En base a lo anterior, es claro ver que la envoltura de la señal recibida viene dada por $R(t) = R = \sqrt{x^2 + y^2}$ [1], por lo que se puede llegar a demostrar que [3]:

$$p(R) = \frac{R}{\sigma^2} \exp \left(-\frac{R^2}{2\sigma^2} \right) \quad (8)$$

La distribución probabilística de 8, lleva el nombre de una variable aleatoria tipo Rayleigh, razón que lleva a llamar al canal *multipath fading Rayleigh channel*.

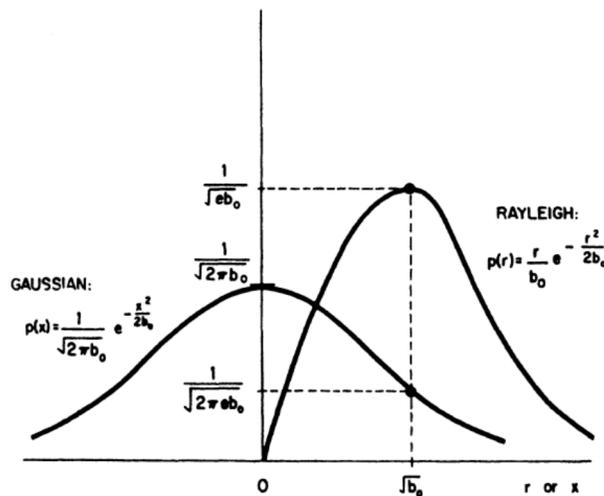


Figura 3: Funciones de densidad de probabilidad Gaussianas y Rayleigh.

Al mismo tiempo, puede calcularse el comportamiento que tendrá la fase de la onda recibida. Gráficamente es fácil notar que $\theta(t) = \theta = \tan^{-1}(y/x)$ y basándose en [3] se logra:

$$p(\theta) = \frac{1}{2\pi} \quad (9)$$

Por lo que 9 muestra que las fluctuaciones de la fase siguen una distribución uniforme en un *fading propagation path*.

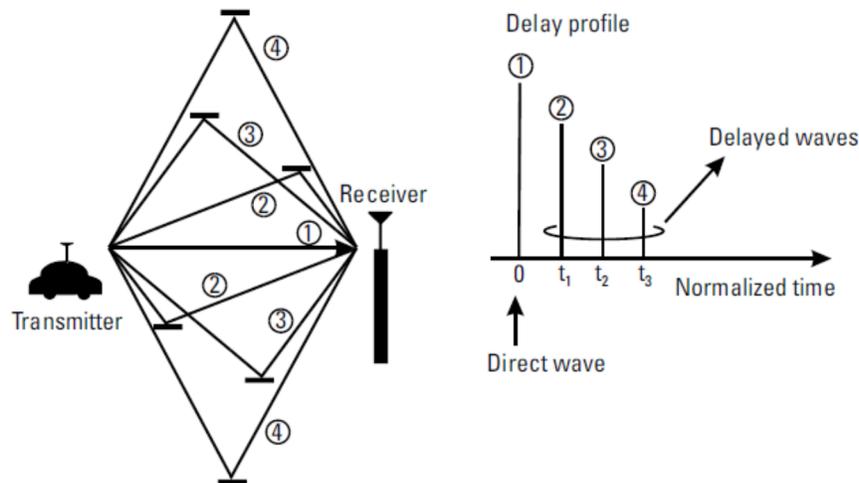


Figura 4: Configuración del *multipath fading channel*.

Si es que todas las componentes espectrales de la señal transmitida son afectadas por el canal de la misma manera, se conoce como *frequency flat fading*. Por otro lado, si las componentes espectrales de la onda transmitida son afectadas por diferentes ganancias de amplitud y cambios de fase, estamos en presencia de un *selective frequency fading* [5]. Por simplicidad, en este proyecto solo se considera un *frequency flat fading channel*.

Como se dijo anteriormente, la configuración de un *multipath Rayleigh fading channel* se basa en el supuesto de que el mensaje que se desea transmitir puede tomar n caminos distintos. En la Figura 4 se da un ejemplo donde $n = 4$ y se asume que a medida que el valor del índice n es mayor la distancia recorrida antes de llegar al receptor L_n será mayor, por ende se considera que la potencia de la señal recibida irá disminuyendo a medida que se recibe una señal que tarde mucho en llegar, ya que el hecho de que una onda se refleje, refracte o difracte hará que su atenuación aumente, haciendo que la amplitud de la señal (potencia) sea menor a la que llega directamente al receptor.

Nota: para este proyecto se analizará el caso donde el número de taps es igual a 5.

3. Método de Simulación

Si es que existen N ondas llegando al receptor (N *paths*) de manera uniformemente distribuidas, en base al efecto de un canal de Rayleigh, la envolvente de la señal total recibida $r(t) = x(t) + jy(t)$ puede escribirse en base a [2] como:

$$x(t) = \sqrt{\frac{2}{N_1 + 1}} \sum_{i=1}^{N_1} \sin\left(\frac{\pi i}{N_1}\right) \cos\left\{2\pi f_d \cos\left(\frac{2\pi i}{N_1}\right)t\right\} + \frac{1}{\sqrt{N_1 + 1}} \cos(2\pi f_d t) \quad (10)$$

$$y(t) = \sqrt{\frac{2}{N_1}} \sum_{i=1}^{N_1} \sin\left(\frac{\pi i}{N_1}\right) \cos\left\{2\pi f_d \cos\left(\frac{2\pi i}{N_1}\right)t\right\} \quad (11)$$

De donde,

$$N_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{N}{2} - 1 \right)$$

Lo cual es equivalente a considerar que la señal ha pasado por un sistema *pasabajos* [2], razón por la cual muchas veces suele usarse la noción de *taps* (uso en filtros) en vez de *paths*. Por lo tanto, para simular el canal en MATLAB se seguirán los siguientes pasos:

1. Se crea un arreglo de bits.
2. Se modulan los bits digitalmente usando BPSK, QPSK, QAM y 16QAM (según el caso).
3. Las componentes de fase y cuadratura resultantes de la modulación se evalúan en $x(t)$ e $y(t)$ respectivamente para simular la presencia de un canal Rayleigh tomando en cuenta el número de *taps* y el efecto Doppler.
4. Se le agrega ruido blanco a la operación anterior, de manera de crear un canal Rayleigh mezclado con uno AWGN.
5. Se recibe la señal y se demodula según el tipo de modulación usado en el paso 2.
6. Se comparan los bits demodulados con aquellos generados en el paso 1.
7. Se cuentan los errores para generar el BER simulado.
8. Se plotea en un mismo gráfico el BER simulado, el BER teórico para un canal Rayleigh y el BER de un simple canal AWGN.

Nota: el código para generar el canal Rayleigh tiene su base en ideas obtenidas de [1], [2], [3], [4], [9], [11], [12].

4. Resultados de Simulaciones

Los resultados y simulaciones que presenta este Informe se centran en la implementación del sistema descrito en la Figura 1 y considerando un canal de Rayleigh para las modulaciones digitales **BPSK**, **QPSK**, **QAM** y **16QAM** cumpliendo con los siguientes parámetros de diseño:

1. Simulación de Monte Carlo.
2. 100,000 bits generados de forma aleatoria.
3. Energía de cada símbolo normalizada $E_s = 1$.
4. Se evalúa el sistema para diferentes valores de SNR_{dB} (entre 0 y 35 dB).
5. Modulación digital en banda base.
6. Ruido aditivo AWGN con $\mu = 0$ y $\sigma^2 = N_0/2$.

4.1. Modulación BPSK

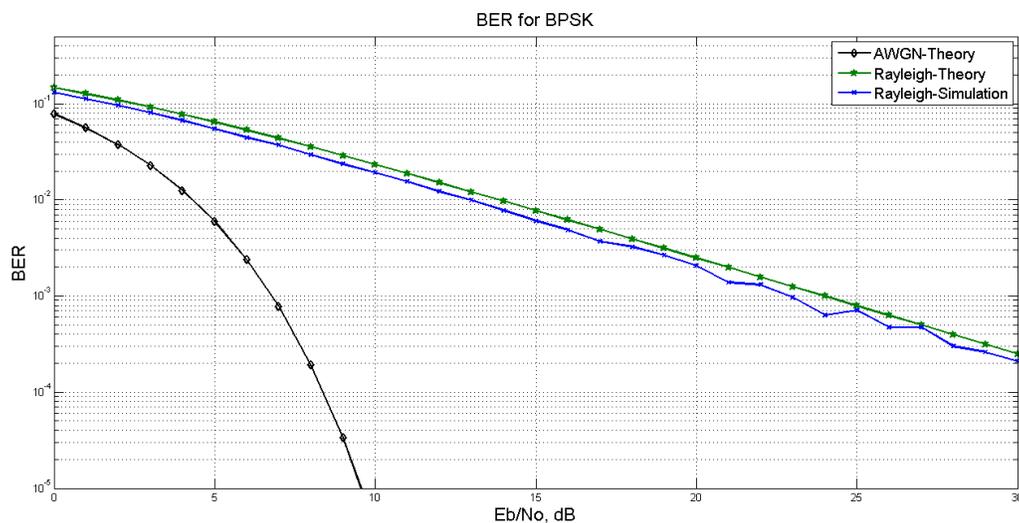


Figura 5: BER para modulación BPSK.

4.2. Modulación QPSK (QAM)

Las modulaciones QPSK y QAM son análogas entre sí, ya que en ambos casos los símbolos tienen la misma energía y están igualmente desfasados unos de los otros formando una constelación idéntica.

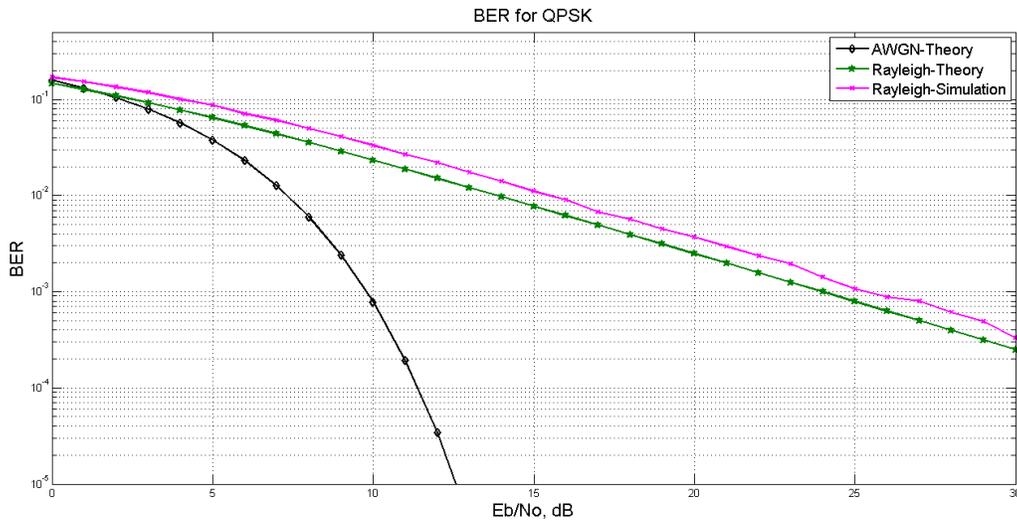


Figura 6: BER para modulación QPSK (QAM).

4.3. 16QAM

La idea para generar la modulación 16QAM en base al arreglo de bits aleatorios se obtuvo de [13] y más detalles de esto se pueden ver en los códigos adjuntos en la sección Anexos.

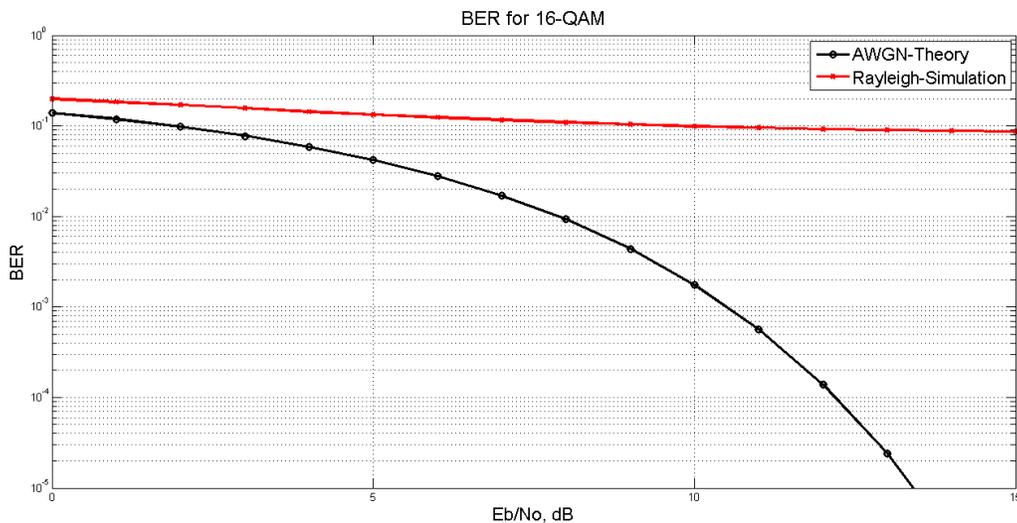


Figura 7: BER para modulación QAM.

4.4. Comparación del BER para BPSK, QPSK (QAM) y 16QAM

Si es que se *plotean* en un mismo gráfico todas las curvas simuladas del *Bit Error Rate* en un canal Rayleigh para los distintos tipos de modulaciones digitales se obtiene:

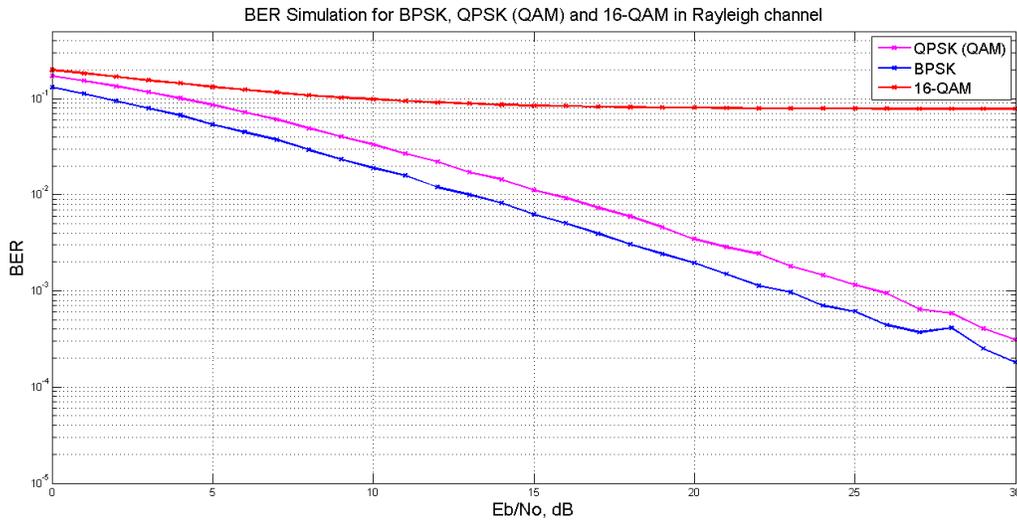
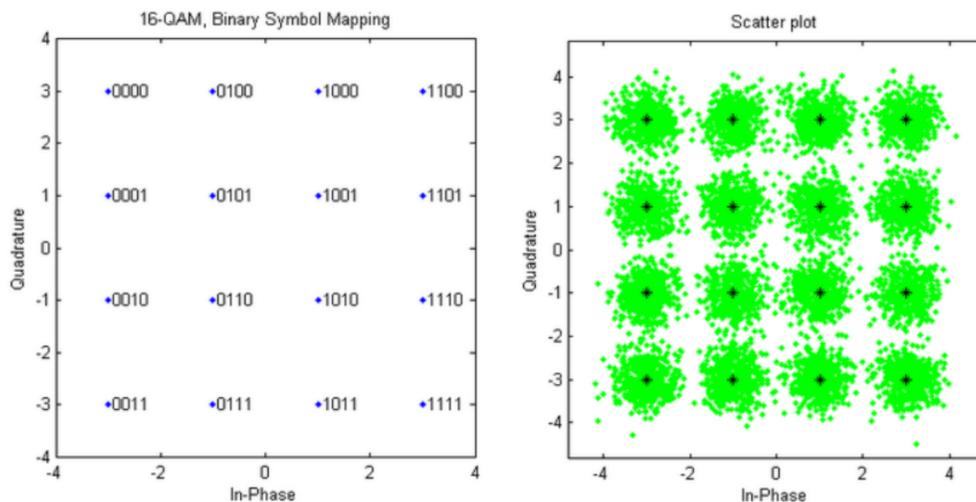


Figura 8: Comparación del BER para las distintas modulaciones.

5. Análisis de los Resultados

En primer lugar, en base a los resultados queda claro que en un canal Rayleigh la modulación con mejor comportamiento de BER es BPSK, seguido por QPSK (QAM) y luego 16QAM. Este era un resultado esperable, ya que es sabido que existe un *trade-off* en querer aumentar la cantidad de datos que se envían a la vez para aumentar la velocidad y es el hecho de al agregar más símbolos en una costelación implica que la probabilidad de error en el receptor aumenta si es que el sistema está inmerso en un canal real.

Lo anterior se puede ver reflejado en la Figura 9 (b), dado que como hay tantos símbolos en 16QAM, si es que el ruido aumentara en una pequeña cantidad (disminuye el E_b/N_0), al receptor le sería imposible detectar correctamente que símbolo fue el que realmente envió el transmisor. Por otro lado, en la Figura 10 se muestra como en una modulación de baja complejidad (BPSK) la tolerancia al efecto del canal es grande, debido a que los símbolos están lejos entre sí, hecho que hace que aun cuando la tasa de ruido aumente, el receptor fácilmente puede seguir detectando correctamente el símbolo enviado (hasta que se mezclen las muestras de la Figura 10), ya que solo tiene que discriminar entre dos resultados: si la parte real es positiva se envió un 1, si la parte real es negativa se envió un 0 (considerando un esquema *hard detection*).



(a) Constelación 16QAM.

(b) Constelación 16QAM en presencia de un canal.

Figura 9: Constelación 16QAM en condiciones ideales y en presencia de un canal ruidoso/Rayleigh.

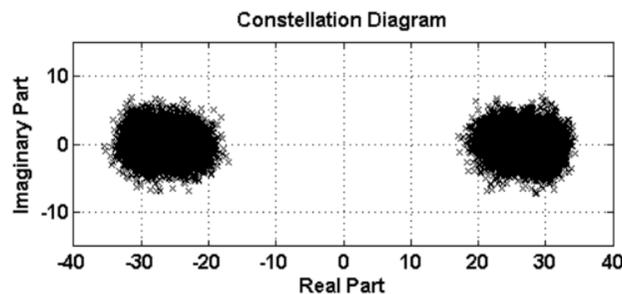


Figura 10: BPSK en presencia de un canal.

A partir de la Figura 5 y 6 es posible notar que existe una diferencia entre la curva teórica del BER para BPSK y QPSK (QAM), en comparación con la curva simulada en un canal Rayleigh. Para saber la diferencia real existente entre estas curvas, se calculó el *Root-Mean-Square Error* obteniendo los siguientes resultados:

$$RMSE_{BPSK} = 0,0062$$

$$RMSE_{QPSK} = 0,0123$$

El bajo valor del RMSE demuestra que la diferencia entre la curva simulada y la teórica es muy pequeña en ambos casos, hecho que demuestra que la simulación utilizada es confiable. Ahora, el hecho de que las curvas sean distintas puede deberse a diversas razones. Como primera hipótesis, se tiene el hecho de que las curvas teóricas utilizadas no consideran el Efecto Doppler, pero al momento de simular si se tomó en cuenta, aun cuando este haya sido mínimo ($f_d = 1$). Otra hipótesis, es que la diferencia entre las curvas puede deberse a que en la expresión teórica no se explicita el número de *taps* presentes en el sistema.

En segundo lugar, se demostró en base a las Figuras 5, 6 y 7 que el canal AWGN tiene un mejor comportamiento de BER que el Rayleigh, independiente el tipo de modulación utilizada. Este también era un resultado esperable, ya que el sistema AWGN solo considera en su diseño la presencia del ruido, pero deja de lado muchos otros parámetros que si existen en la realidad, que si se consideran en un modelo de canal Rayleigh, como lo son la atenuación del mensaje, el desfase de la onda, la reflexión, los diversos caminos que puede tomar la señal antes de llegar al receptor, etc. Es por eso que era evidente que el porcentaje de error en un canal real sería mayor al de un canal *ideal* AWGN.

6. Conclusiones

En base a estudios teóricos fue posible entender el comportamiento de un mensaje inmerso en un canal lo más similar a la realidad posible, pudiendo notar que al estudiar los sistemas de comunicaciones es necesario considerar muchos parámetros más que el simple ruido agregado por el canal a la señal que se envía desde un transmisor a un receptor.

Es posible argumentar a estas alturas, que en base al estudio teórico se logró modelar de manera correcta un *multipath fading Rayleigh channel* mediante la herramienta computacional MATLAB, considerando todos los parámetros que este requiere: efecto Doppler, número de *paths* tomado por la señal antes de llegar al receptor, atenuación del mensaje, desfase de la onda, etc. De manera que ahora se le pueden agregar más detalles al problema como codificación de canal, el cual queda propuesto para un siguiente Proyecto.

Se pudo demostrar que el porcentaje de error en modulaciones que transmiten más datos a la vez es mayor, independiente el canal que considere el sistema, ya que siempre una separación más grande entre símbolos en una constelación le da mayor facilidad al receptor para detectar correctamente que dato se envió desde el transmisor.

En conclusión, se puede argumentar que este trabajo tiene una gran importancia en el estudio de sistemas de comunicación, ya que se puede extender su uso para otras técnicas como *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (OFDM), *Orthogonal Frequency Division Multiple Access* (OFDMA), *Single Carrier Frequency Division Multiple Access* (SC-FDMA), *Code Division Multiple Access* (CDMA), etc. Hecho que le da al método de simulación realizado la capacidad de analizar sistemas de última y próxima generación.

7. Anexos: Códigos

7.1. Función Rayleigh

Esta función se encarga de generar un canal Rayleigh en base al Método de Simulación explicitado en la Sección 3 del presente Informe.

```

1 function [iout ,qout]=rayleigh(idata ,qdata ,nsamp ,t_samp ,fd ,no , flat )
2 %idata : input in-phase data
3 %qdata : input quadrature data
4 %iout : output in-phase data
5 %qout : output quadrature data
6 %nsamp : Number of bits to be analysed
7 %t_samp : Sampling time
8 %fd : Maximum doppler frequency
9 %no : Number of taps
10 %flat : flat fading or not ("1" only amplitude is fluctuated ,"0" phase
        and amplitude are fluctutated)
11 %Normalized Power
12 if fd ~= 0.0
13 ac0 = sqrt(1.0 ./ (2.0.*(no + 1)));
14 as0 = sqrt(1.0 ./ (2.0.*no));
15 %Generate Simulation Method For Rayleigh Channel Section 3
16 wm = 2.0.*pi.*fd;
17 n = 4.*no + 2;
18 ts = t_samp;
19 wmts = wm.*ts;
20 paino = pi./no;
21 xc=zeros(1,nsamp);
22 xs=zeros(1,nsamp);
23 ic=[1:nsamp];
24 for nn = 1: no
25 cwn = cos( cos(2.0.*pi.*nn./n).*ic.*wmts );
26 xc = xc + cos(paino.*nn).*cwn;
27 xs = xs + sin(paino.*nn).*cwn;
28 end
29 cwmt = sqrt(2.0).*cos(ic.*wmts);
30 xc = (2.0.*xc + cwmt).*ac0;
31 xs = 2.0.*xs.*as0;
32 if flat ==1
33 iout = sqrt(xc.^2+xs.^2).*idata(1:nsamp);
34 qout = sqrt(xc.^2+xs.^2).*qdata(1:nsamp);
35 else
36 iout = xc.*idata(1:nsamp) - xs.*qdata(1:nsamp);
37 qout = xs.*idata(1:nsamp) + xc.*qdata(1:nsamp);
38 end
39 else
40 iout=idata;
41 qout=qdata;
42 end

```