EL7032 Electrónica de Potencia
Control 1

1. Problema 1

Considerando el regular Cúk que se muestra en la figura:

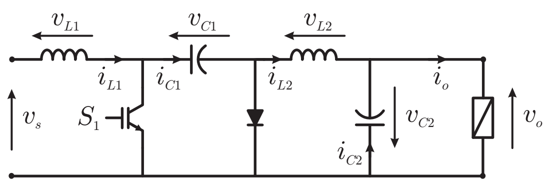

Figura 1. *Convertidor DC-DC Cúk.*

Asumiendo que las corrientes en las inductancias no cruzan por cero y que los capacitores tienen el tamaño suficiente para no descargarse significativamente se pide:

- Demuestre que la tensión media de salida es:

$$V_o = -\frac{\delta}{1-\delta}V_s$$

  donde $\delta = t_{on}/T_s$ es el ciclo de trabajo.

- Dibuje a mano alzada (pero entendible) la forma de onda de las corrientes en los inductores, las tensiones en los capacitores y la corriente en el diodo. Considere los periodos de encendido y apagado del transistor.

1.1. Respuesta

El circuito equivalente cuando el transistor está encendido es el siguiente:

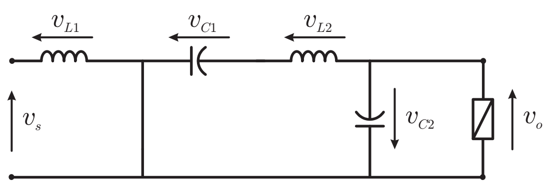

Figura 2. *Convertidor DC-DC Cúk:* $S_1 = 1$

Se observa que la tensión en el capacitor debe tener la polaridad indicada en la figura 2, en caso contrario, se cortocircuitaría a través del diodo. Por otro lado, cuando el transistor está apagado, el circuito es:

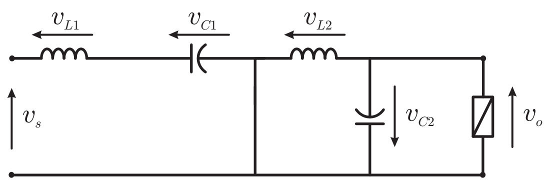

Figura 3. *Convertidor DC-DC Cúk:* $S_1 = 0$

Para determinar la tensión media a la salida del convertidor, se analizará la tensión de los inductores en función de la tensión de los capacitores en estado estacionario. En este caso, se cumple que la tensión media en los inductores es cero (voltage-second balance), de esta forma se tiene:

$$\int_t^{t+T_s} v_{L1}(t)dt = 0 \Rightarrow V_s t_{on} + (V_s - V_{C1})(T_s - t_{on}) = 0 \tag{1}$$

Considerando la definición de ciclo de trabajo, se despeja la tensión del capacitor 1 en función de la tensión de entrada:

$$V_{C1} = \frac{1}{1-\delta} V_s \tag{2}$$

De la misma forma para el inductor 2, se tiene:

$$\int_t^{t+T_s} v_{L2}(t)dt = 0 \Rightarrow (V_{C2} - V_{C1})t_{on} + V_{C2}(T_s - t_{on}) = 0 \tag{3}$$

Entonces:

$$V_{C2} = \delta\, V_{C1} \tag{4}$$

Finalmente, combinando (2) con (4) se demuestra que la tensión de salida en función de la tensión de entrada y el ciclo de trabajo es:

$$V_o = -V_{C2} = -\frac{\delta}{1-\delta} V_s \tag{5}$$

Otra forma de obtener la relación anterior es a través de la igualdad de potencia de entrada y salida (convertidor sin pérdidas).

En efecto, se sabe que el valor medio de la corriente de salida es igual al valor medio de la corriente en la carga, esto es $I_{L2} = I_o$. Basta entonces obtener la relación entre I_{L2} con el valor medio de la corriente de entrada $I_s = I_{L1}$. Para esto, se utilizará la condición que la corriente media en los capacitores es nula (current-second balance) y que la corriente en cada inductor es lisa. De esta forma:

$$\int_{t}^{t+T_s} i_{C2}(t)dt = 0 \Rightarrow I_{L2}t_{on} + I_{L1}(t_{on} - T_s) = 0 \tag{6}$$

Entonces:

$$I_{L2} = -\frac{1-\delta}{\delta} I_{L1} \Rightarrow I_o = -\frac{1-\delta}{\delta} I_s \tag{7}$$

Multiplicando por V_o la relación anterior y considerando que $V_s I_s = V_o I_o$ se obtiene finalmente (5).

Las formas de onda son las siguientes:

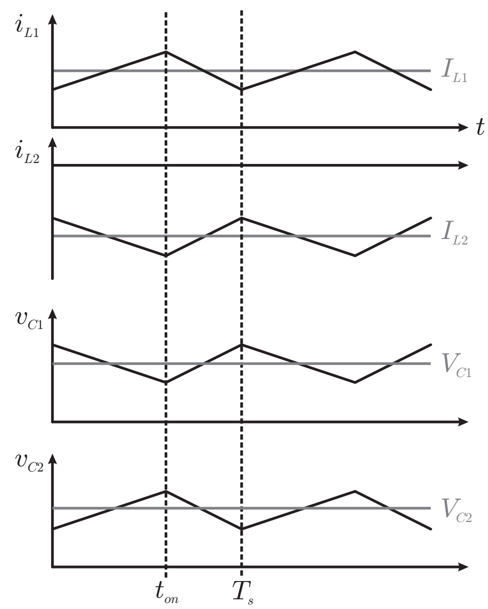

Figura 4. *Convertidor DC-DC Cúk: formas de onda*

2. Problema 2

Para una máquina de inducción jaula de ardilla se tienen las siguientes ecuaciones de estado (ambas referidas a sus propios devanados):

$$\boldsymbol{v}_s = R_s \boldsymbol{i}_s + \frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt}$$
$$0 = R_r \boldsymbol{i}_r + \frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt}$$

Demuestre que a partir de esta ecuaciones se tiene:

- La dinámica del enlace de flujo de estator referida al estator:

$$\tau_r \frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{d\tau} + \boldsymbol{\psi}_s = j\omega_r\left(\tau_r \boldsymbol{\psi}_s - \tau_r \sigma\, L_s \boldsymbol{i}_s\right) + L_s\left(\sigma \tau_r \frac{d\boldsymbol{i}_s}{d\tau} + \boldsymbol{i}_s\right)$$

- Al orientar en el flujo de estator [utilizando ($\boldsymbol{\psi}_s$, $\boldsymbol{i}_s$) como variables de estado] y asumir flujo de estator aproximadamente constante, es posible calcular la frecuencia de deslizamiento como:

$$\omega_{sl} = \frac{L_s}{\tau_r} \frac{\left(\sigma\tau_r \frac{di_{sq}}{dt} + i_{sq}\right)}{(\psi_s - \sigma L_s i_{sd})}$$

2.1. Respuesta

Al referir ambas ecuaciones de equilibrio eléctrico (estator y rotor) a un sistema de coordenadas de estator se tiene:

$$\boldsymbol{v}_s = R_s \boldsymbol{i}_s + \frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt} \tag{8}$$

$$0 = R_r \boldsymbol{i}_r + \frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt} - j\omega_r \boldsymbol{\psi}_r \tag{9}$$

donde todas las variables están referidas al estator.

Las ecuaciones de enlace de flujo son:

$$\boldsymbol{\psi}_s = L_s \boldsymbol{i}_s + L_m \boldsymbol{i}_r \Rightarrow \boldsymbol{i}_r = \frac{1}{L_m}(\boldsymbol{\psi}_s - L_s \boldsymbol{i}_s) \tag{10}$$

$$\boldsymbol{\psi}_r = L_r \boldsymbol{i}_r + L_m \boldsymbol{i}_s \tag{11}$$

Al reemplazar (10) y (11) en (9) se obtiene:

$$\tau_r \frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt} + \boldsymbol{\psi}_s = j\omega_r \left(\tau_r \boldsymbol{\psi}_s - \tau_r \sigma\, L_s \boldsymbol{i}_s\right) + L_s \left(\sigma\tau_r \frac{d\boldsymbol{i}_s}{dt} + \boldsymbol{i}_s\right) \tag{12}$$

Si se considera que $\boldsymbol{\psi}_s = \psi_s e^{j\theta}$, donde $\dot{\theta} = \omega_s$, al orientar (12) con el ángulo θ se obtiene:

$$\tau_r \frac{d\psi_s}{dt} + \psi_s = L_s \left(\sigma\tau_r \frac{di_{sd}}{dt} + i_{sd}\right) - (\omega_s - \omega_r)\sigma\tau_r L_s i_{sq} \tag{13}$$

$$L_s \left(\sigma\tau_r \frac{di_{sq}}{d\tau} + i_{sq}\right) = (\omega_s - \omega_r)\tau_r(\psi_s - \sigma L_s i_{sd}) \tag{14}$$

La ecuación dinámica (13) permite establecer que a través de i_{sd} es posible regular el enlace de flujo de estator. En cambio, la relación (14) se conoce como la condición de orientación de campo, a partir de la cual es posible despejar la frecuencia de deslizamiento según:

$$\omega_{sl} = \omega_s - \omega_r = \frac{L_s}{\tau_r} \frac{\left(\sigma\tau_r \frac{di_{sq}}{dt} + i_{sq}\right)}{(\psi_s - \sigma L_s i_{sd})} \tag{15}$$