Examen EL7032 Resuelto
Primer Semestre 2015

1) Un generador DFIG se debe sincronizar y conectar a una red eléctrica que tiene los siguientes voltajes ($f_e = 50Hz$.):

$$\underline{v}_{grid} = 311e^{j\omega t} + v_2 e^{-j\omega t} \quad (1)$$

La tensión es fase-neutro. Los parámetros de la máquina son:

Rr=0.525Ω, *Rs*=0.398, *Ls*=0.0835H, *L0*=0.0796, *Lr*=0.0825.

Las tensiones de red son medidas utilizando transductores efecto Hall. La medición de tensiones de red se filtra utilizando la función de transferencia:

$$filtro(s) = \frac{200\pi}{s+200\pi} \quad (2)$$

a) Si v_2=0V, encuentre las ecuaciones necesarias para sincronizar el DFIG de acuerdo a las especificaciones considerando los efectos del filtro. Utilice coordenadas d-q de la expresión de (1).

Solución:

Recordemos que para transformar a coordenadas d-q se debe efectuar:

$$\underline{v}_{Gdq} = \underline{v}_s e^{-j\theta_e} \quad (3)$$

Donde el ángulo $\theta_e = \int \omega_e dt = \omega_e t + \theta$ donde el ángulo θ se requiere debido a que la integral se encuentra con límites indefinidos (θ=0 implica orientación en el vector voltaje de red). Por lo tanto la tensión *d-q* de la red es:

$$\underline{v}_{Gdq} = 311e^{-j\theta} \quad (4)$$

Utilizando el desarrollo que se encuentra en el apunte (sección 10.2, "Máquinas de doble excitación"), se llega a:

$$\mathrm{v_{rd}} = \frac{\omega_{sL} L_r}{\omega_e L_0}\mathrm{v_{Gd}} + \frac{R_r}{\omega_e L_0}\mathrm{v_{Gq}}$$

$$\mathrm{v_{rq}} = -\frac{R_r}{\omega_e L_0}\mathrm{v_{Gd}} + \frac{\omega_{sL} L_r}{\omega_e L_0}\mathrm{v_{Gq}} \quad (5)$$

Donde el voltaje V_{Gd}=311xcos(θ) y V_{Gq}=311xsin(θ) son los voltajes de la red. Al utilizar filtros y asumiendo que la red es de 50Hz se tiene que:

$$F(\omega) = \frac{200\pi}{j100\pi+200\pi} = 0.8944e^{-j0.463647} \quad (6)$$

Por lo tanto el voltaje medido, en estado estacionario a 50Hz, es:

$$\underline{v}_{GM} = 311x0.8944e^{j\omega t}e^{-j0.4636} = (248.79 - \mathrm{j}124.38)e^{j(\omega t)} \quad (7)$$

Al transformar a d-q nos queda:

$$v_{GMd} + \mathrm{j}v_{GMq} = (248.79 - \mathrm{j}124.38)e^{-j\theta} \quad (8)$$

Como mencionado anteriormente, el ángulo θ se puede asumir igual a cero si es que el sistema de control se orienta en el vector de voltaje de la red.

De (8) se concluye que la tensión filtrada se encuentra atrasada en 0.46 radianes (26.56 grados) y también su módulo se ve afectado por el factor 0.8944. Si no se compensan los resultados del filtro, las tensiones de (8) se usan en (5).

Si se desea compensar los efectos del filtro se debe calcular la tensión *d-q* como:

$$v_{Gd} + jv_{Gq} = \frac{(v_{GMd} + jv_{GMq})}{0.8944e^{-j0.463647}} \quad | \quad (9)$$

Donde el voltaje V_{GMd}+jV_{GMq} corresponde al voltaje d-q medido y filtrado. De esta forma se compensan los efectos del filtro al menos en estado estacionario.

b) Si v_2=20V, encuentre las ecuaciones necesarias para sincronizar el DFIG de acuerdo a las especificaciones considerando los efectos del filtro. Utilice coordenadas d-q de (1).

En este caso se tiene:

$$\underline{v}_{grid} = 311e^{j\omega t} + 20e^{-j\omega t} \quad (10)$$

El voltaje de la red filtrado y transformado a d-q es:

$$v_{GMd} + \mathrm{j}v_{GMq} = (248.79 - \mathrm{j}124.38)e^{-j\theta} + (16 - j8)e^{-j(2\omega_e t + \theta)} \quad (11)$$

Si es que el diseñador no compensa los efectos del filtro, los valores de (11) se utilizan en (5). Alternativamente se pueden compensar los efectos del filtro utilizando:

$$v_{Gd} + jv_{Gq} = \frac{(v_{GMd} + jv_{GMq})}{0.8944e^{-j0.463647}} = 311e^{-j\theta} + 20e^{-j(2\omega_e t + \theta)} \quad (12)$$

Podríamos pensar que esto no tiene sentido. ¿Porque compensamos y volvemos nuevamente a la tensión de la red que teníamos desde el principio?. Simple, la información disponible en el sistema de control es la tensión medida y convertida a coordenadas d-q ($v_{GMd} + \mathrm{j}v_{GMq}$). No conocemos el voltaje "real" de la red. Por lo tanto usamos la información medida para estimar el voltaje de la red.

$$v_{Gd} = 311\cos(\theta) + 20\cos(2\omega_e t + \theta) \quad (13)$$

$$v_{Gq} = -311\sin(\theta) - 20\sin(2\omega_e t + \theta) \quad (14)$$

Es decir las tensiones *d-q* de rotor, una vez compensado el filtro, tienen una componente de 100Hz. Eso es típico en un sistema desbalanceado que tiene secuencia negativa. Utilizando (12) en (5) resuelven el problema al menos en teoría.

c) Si el deslizamiento es igual a 15% de la velocidad sincrónica. ¿Cuáles son las frecuencias de las señales eléctricas [de los puntos a) y b)] en el rotor cuando el sincronismo es alcanzado?. Justifique su respuesta.

Las tensiones rotor en coordenadas α-β rotor se encuentran como:

$$v_{r\alpha} + jv_{r\beta} = (v_{rd} + v_{rq})e^{j\theta_{SL}} \quad con \ \theta_{SL} = \int(\omega_e - \omega_r)dt \qquad (15)$$

Por lo tanto la componente de secuencia positiva se transforma en una señal de $(\omega_e - \omega_r)$ rads^{-1} en el rotor. Por otro lado la secuencia negativa se transforma en una señal de $(-\omega_e - \omega_r)$ rads^{-1} en el rotor. Si ω_e=2πx50 y ω_{SL}=0.15ω_e, la pregunta es fácil de responder una vez calculado ω_r . En la mayor parte de la aplicaciones reales solo interesa el módulo de la frecuencia o sea $|\omega_e - \omega_r|$ y $|\omega_e + \omega_r|$.

2) Responda las siguientes preguntas:

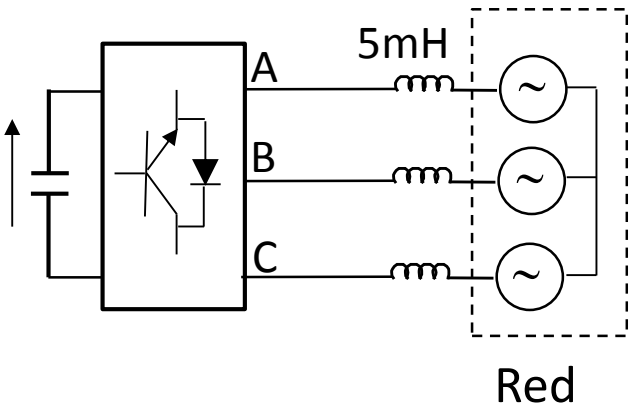
a) Demuestre gráficamente que el máximo índice de modulación que puede obtenerse del método SVM es de $m \approx 1.154$.
b) ¿Cuál es la diferencia en el espectro de frecuencia que se produce con PWM convencional sincrónico y asincrónico?. Justifique su respuesta.
c) ¿Por qué se puede utilizar control vectorial directo en DFIGs?. ¿ Cuáles son los dos motivos principales por el que control vectorial directo no es considerado una buena alternativa en motores jaula de ardilla? .
d) Demuestre que en un DFIG operando a velocidad restringida la potencia nominal del rotor es una fracción de la potencia del estator.
e) Al utilizar control vectorial indirecto. ¿Cuándo se saturaría la máquina, al sobre estimar o subestimar la resistencia de rotor?. Justifique su respuesta.

Toda esta información se encuentra en los apuntes del curso.

3) Se tiene el un conversor front-end alimentando una red trifásica balanceada de 50Hz cuyo vector de voltaje es:

$$\underline{v_g} = 311e^{j\omega t}$$

El voltaje del enlace dc es 630v. Utilice dibujos y ecuaciones para resolver lo siguiente:



a) Se utiliza PWM convencional (onda sinusoidal comparada con una portadora) con interruptores algo antiguos, los cuales requieren un tiempo mínimo de encendido de 4μs. La onda a sintetizar es:

$$v_a = V_m \sin(\omega t) + 0.12 V_m \sin(3\omega t)$$
$$v_b = V_m \sin(\omega t + \pi/3) + 0.12 V_m \sin(3\omega t)$$
$$v_c = V_m \sin(\omega t - \pi/3) + 0.12 V_m \sin(3\omega t)$$

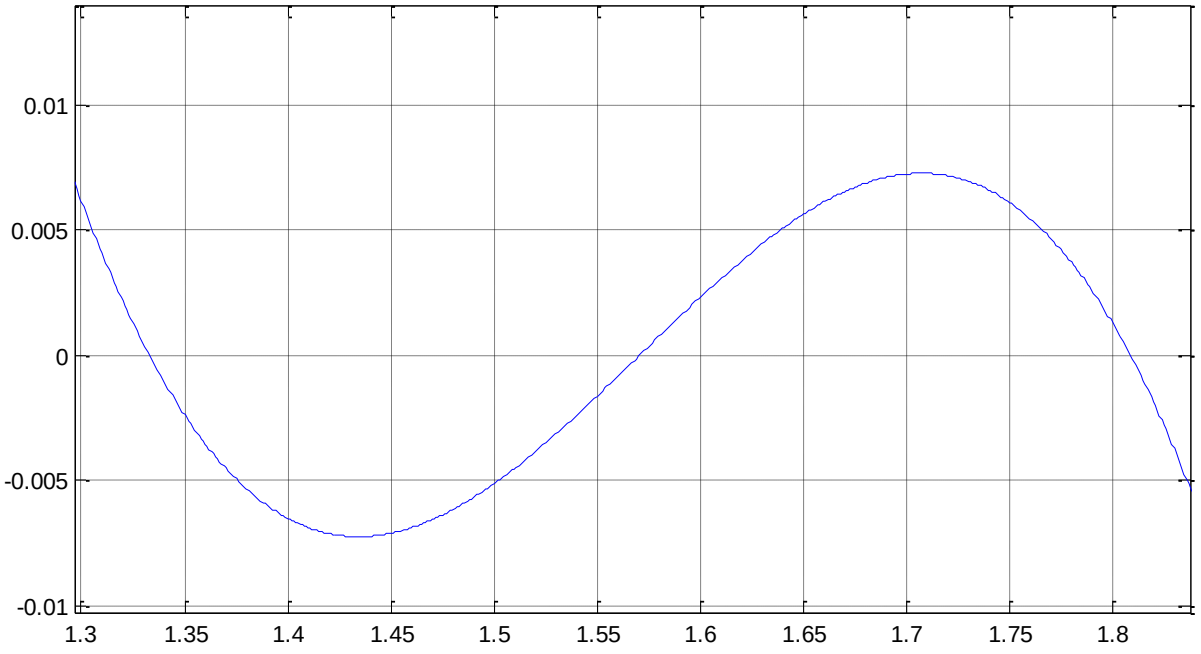
Para encontrar el máximo valor de V_m, sin tomar en cuenta el mínimo pulso, se debe utilizar la siguiente ecuación:

$$\text{Max } [V = V_m \sin(\omega t) + 0.12 V_m \sin(3\omega t)] \;\; con \; |V| \leq \frac{E_{dc}}{2} \qquad (16)$$

Como todos sabemos, para maximizar V se debe resolver (dV/dt=0). Por lo tanto:

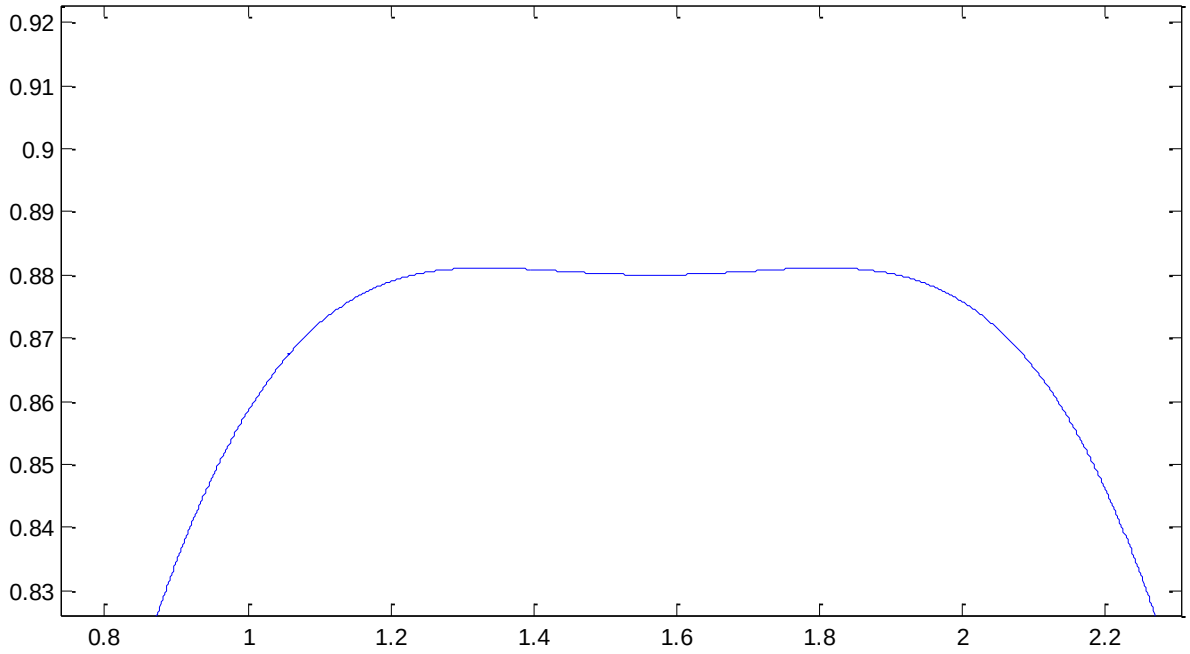
$$\frac{dV}{dt} = \omega V_m \cos(\omega t) + 3x0.12\omega V_m \cos(3\omega t) = \omega V_m(\cos(\omega t) + 0.36\cos(3\omega t))) = 0 \qquad (17)$$

Esta ecuación se soluciona considerando una par de iteraciones. El siguiente gráfico muestra el comportamiento de $\cos(\omega t) + 0.36\cos(3\omega t))$. Las abscisas corresponden a ángulo ωt.



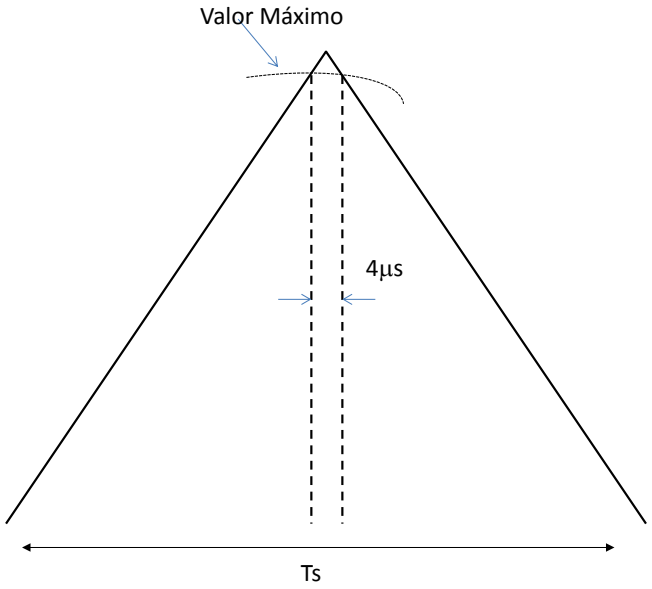
El primer cruce por cero es un máximo, el segundo un mínimo y el tercero es otro máximo. Esto se debe a que V es una onda con la forma típica de un sistema en que existe inyección de terceros armónicos. Esta onda se muestra en la siguiente figura.

El máximo se encuentra en aproximadamente 76.36 grados. Al reemplazar este valor en $V = V_m(\sin(\omega t) + 0.12\sin(3\omega t))$ se llega a V=0.8811V_m. Considerando que el módulo de V debe ser menor a E_{dc}/2=630/2=315 se obtiene que el máximo voltaje a sintetizar sin sobre modulación es de $V_m \approx 357.5$V. Todo esto sin considerar la restricción de tiempo mínimo.



¿Qué sucede con el tiempo mínimo de encendido?.

Al existir un tiempo mínimo el voltaje máximo debe ser reducido para evitar sobre modulación. Esto se muestra en la siguiente figura:



La solución se puede obtener a través de una simple proporción o regla de tres:

$V_m \rightarrow \frac{T_s}{2}$

$V_{m2} \rightarrow \frac{T_s - T_{min}}{2}$ (18)

Donde V_{m2} es el voltaje máximo obtenido considerando el tiempo mínimo $T_{min.}$ Utilizando $V_m \approx 357.5$ se obtienen los voltajes máximos para 5kHz (V_{m2}=350.35V) y 10kHz ((V_{m2}=343.2V), lo que implica pérdidas de voltaje de 2% y 4% respectivamente

b) Suponiendo que los IGBTs son ideales. Si se utiliza SVM (Space Vector Modulation) y el conversor se encuentra inyectando a la red una potencia aparente S=2kW+j0 (por fase), encuentre la tensión a sintetizar en el conversor front-end y el patrón simétrico doble (espejo) necesario para operación en estado estacionario con tiempo t=3ms.

Para entregar potencia a la red, la tensión fundamental del conversor front-end debe estar adelantada. La ecuación es:

$$\underline{v_f} = L\frac{d\underline{i}}{dt} + \underline{v_{grid}} \quad (19)$$

En d-q y orientando en la tensión de la red se llega a las ecuaciones (11.5) y (11.6) del apunte:

$$v_{fd} = L\frac{di_d}{dt} - \omega_e L i_q + v_{gd} \quad (20)$$

$$v_{fq} = L\frac{di_q}{dt} + \omega_e L i_d \quad (21)$$

En estado estacionario y considerando la corriente i_q=0 se tiene:

$v_{fd} = v_{gd}$

$v_{fq} = \omega_e L i_d$

El módulo de la corriente i_d se calcula considerando que

$$2000 = \frac{311}{\sqrt{2}}\frac{i_d}{\sqrt{2}} \rightarrow i_d = 12.86A\ (peak)\ o\ 9.093A\ (rms)$$

Por lo tanto el módulo de la tensión del conversor es de V_{fd}=V_{gd}=311V y $v_{fq} = \omega_e L i_d$ =20.2V (peak). La tensión del conversor front-end se puede escribir como:

$$\underline{v_f} = (311 + j20.2)e^{j\omega t}$$

Reemplazando por t=3ms se obtiene la tensión a sintetizar. Corresponde a un voltaje de 311.65V y un ángulo de 57.71 grados. El resto del problema se resuelve utilizando las ecuaciones 2.14, 2.16-2.17 del apunte de modulación PWM.