



EL 4001

Conversión de la Energía y Sistemas Eléctricos

Clase 4: Transformadores 1

AREA DE ENERGIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA



Temas

- Entrehierro
- Bobina ideal y real
- Circuitos magnéticos con entrehierro
- Pérdidas en circuitos magnéticos
- Transformador Real
- Determinación de parámetros

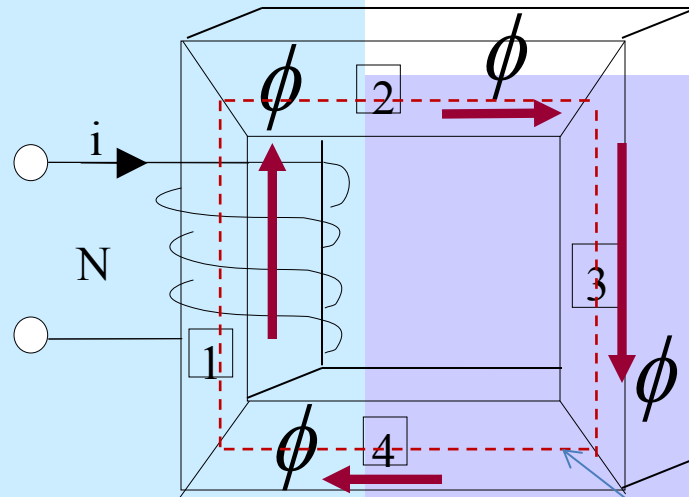


Bobina Real

Si no hay flujos de fuga

- Caso general

Núcleo formado por trozos uniformes



Trayectoria (c)

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$$



$$N \cdot i = \sum_k \underbrace{H_k \cdot \ell_k}_{\text{caídas magnéticas}}$$

fuerza magnetomotriz



ANALOGÍA CON UN CIRCUITO ELÉCTRICO

- Fuerza magnetomotriz

$$F = N \cdot i = \phi \cdot \sum_k \frac{\ell}{\mu_k A_k}$$

- Reluctancia

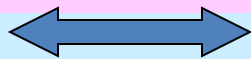
$$R = \frac{\ell}{\mu \cdot A}$$

- Flujo magnético ϕ

- Permeabilidad magnética μ

- Caída magnética $H \cdot l$

- Densidad de flujo B



- Fuerza electromotriz

$$V = I \cdot \sum_k r_k$$

- Resistencia

$$r = \frac{\ell}{\sigma \cdot A_C}$$

- Corriente eléctrica I

- Conductividad eléctrica σ

- Caída de voltaje ΔV

- Densidad de corriente J



CIRCUITOS MAGNÉTICOS CON ENTREHIERRO

Consideremos un circuito magnético lineal, con un núcleo de longitud media ℓ sin pérdidas, con un entrehierro (eh) de longitud g , se tiene:

$$v = N \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

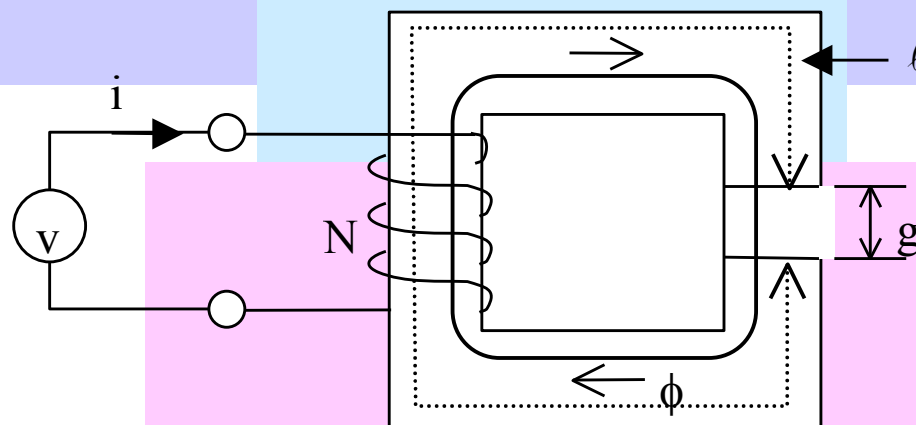
$$v(t) = V_m \cos \omega t$$



$$\phi(t) = \phi_m \sin \omega t$$

$$\phi_m = \frac{V_m}{N\omega}$$

Fuente de tensión que genera flujo



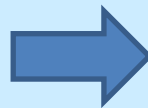


CIRCUITOS MAGNÉTICOS CON ENTREHIERRO

$$v = N \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Para la corriente se tiene

$$v(t) = V_m \cos \omega t$$



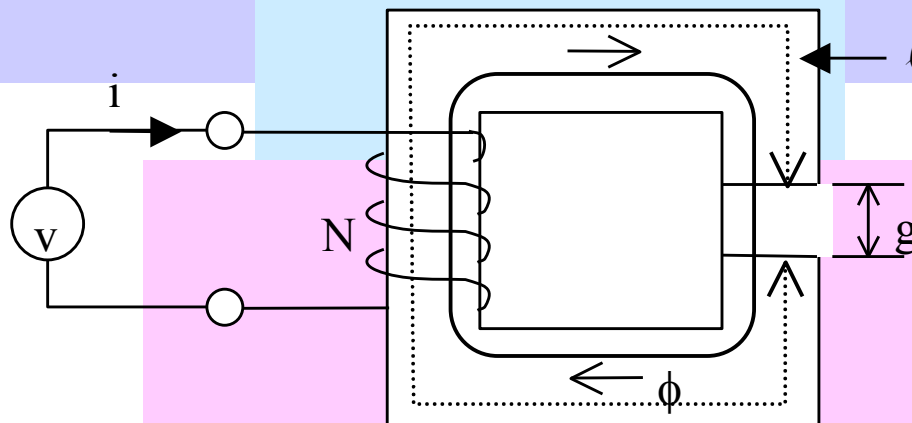
$$\phi(t) = V_m \sin \omega t$$

$$V = RI + j\omega LI$$

$$\vec{I} = I \angle \varphi$$

$$I = \frac{V}{(R^2 + \omega^2 L^2)^{1/2}}$$

Fuente de
tensión que
genera flujo





CIRCUITOS MAGNÉTICOS CON ENTREHIERRO

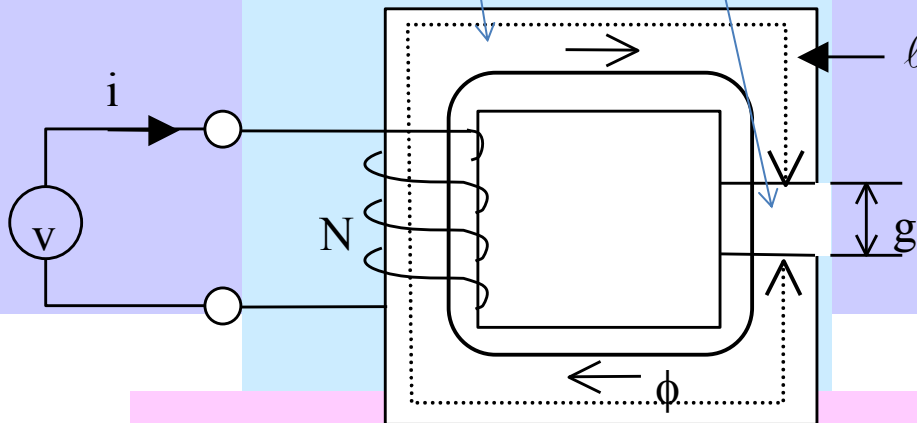
El campo magnético es

$$B_{eh} = B_{Fe} = B = \frac{\phi}{A}$$

Fuente de
tensión que
genera

$$v = N \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

$$N \cdot I = H_{Fe} \cdot \ell$$



Si el núcleo es
ideal ($\mu \rightarrow \infty$)

$$H_{Fe} = \frac{B_{Fe}}{\mu} \approx 0$$



CIRCUITOS MAGNÉTICOS CON

$$\Rightarrow N \cdot I \cong H_{eh} \cdot g = \frac{B_g}{\mu_0}$$

La energía acumulada es: $\varepsilon_c \cong \frac{1}{2} B H_{eh} \cdot vol_{eh}$

Luego, casi toda la energía se acumula en el entrehierro, propiedad que otorga gran eficiencia a las máquinas eléctricas pues es precisamente en el entrehierro donde se hace el traspaso de energía mecánica a energía eléctrica (y viceversa)

La inductancia es: $L = \frac{N^2}{R_{Fe} + R_{eh}}$

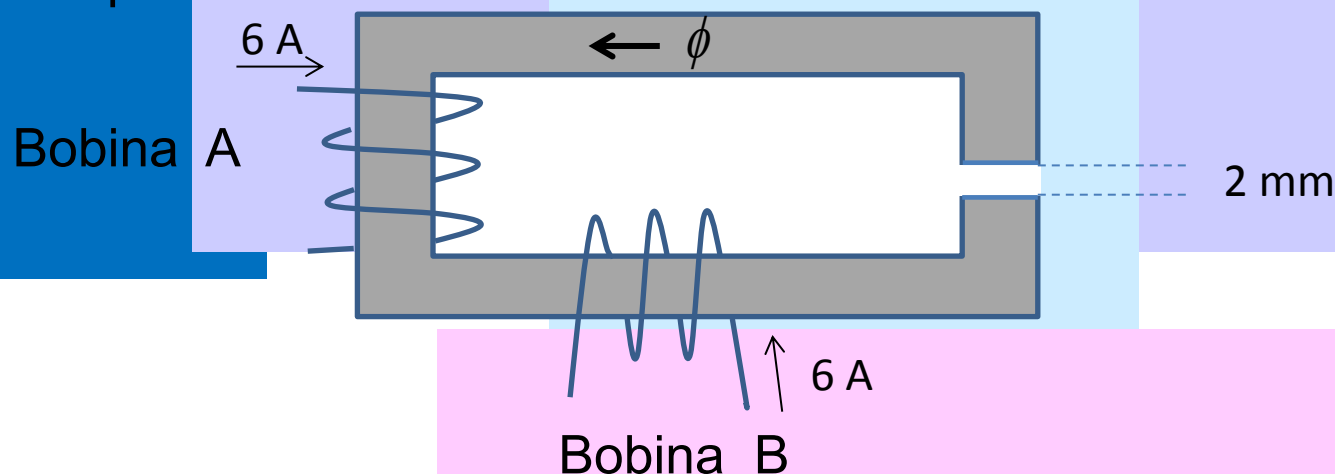
$$\Re = \frac{l}{\mu A}$$

Como $\mu \rightarrow \infty \Rightarrow R_{Fe} \rightarrow 0 \Rightarrow L \cong \frac{N^2}{R_{eh}} = \frac{N^2}{g} \mu_0 A$



EJEMPLO

El circuito magnético de la figura está construido de un material ferromagnético cuya curva de magnetización puede aproximarse por la expresión $B = \frac{1,5H}{100 + H}$, donde B está medido en Tesla y H en A/m. Todas las secciones transversales son idénticas e iguales a 48 cm^2 y la trayectoria media al interior del núcleo es $0,75 \text{ m}$. Se sabe además que la bobina A tiene 1000 espiras.



Si el flujo ϕ en el entrehierro es de 4 mWb determinar el número de espiras de la bobina B



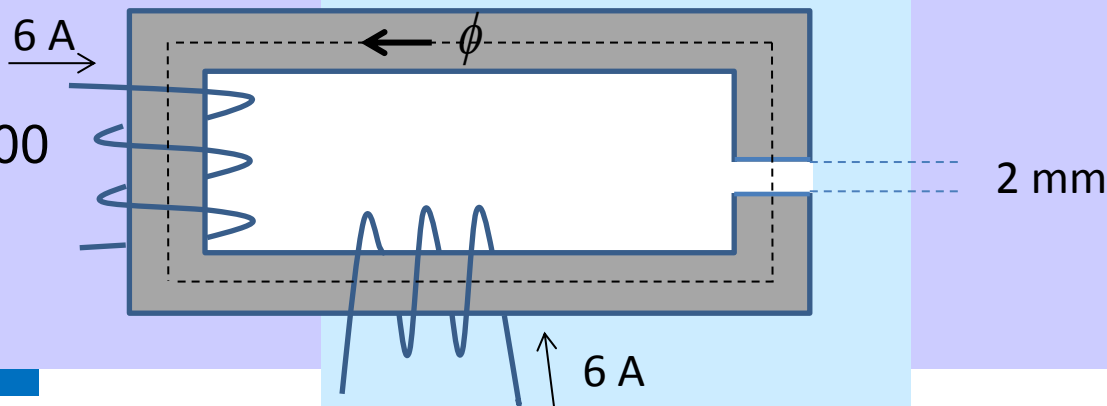
EJEMPLO

$$NI = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} \Rightarrow -6 \times 1000 + 6 \times N_B = H_{fe} \times l_{fe} + H_{eh} \times l_{eh}$$

$$-6 \times 1000 + 6 \times N_B = H_{fe} \times 0,75 + H_{eh} \times 2 \cdot 10^{-3}$$

Debemos calcular los campos en el núcleo y entrehierro

Bobina A-1000
vuelas



Bobina B-N_B vuelas

$$\phi = B \times A \Rightarrow B = \frac{\phi}{A}$$

Sabemos que el flujo ϕ en el entrehierro es de 4mWb y la sección 48 cm²

$$\therefore B_{eh} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{48 \cdot 10^{-4}} = 0,83 [T] \Rightarrow H_{eh} = \frac{0,83}{4\pi 10^{-7}} = 6,63 \cdot 10^5 [Av/m]$$

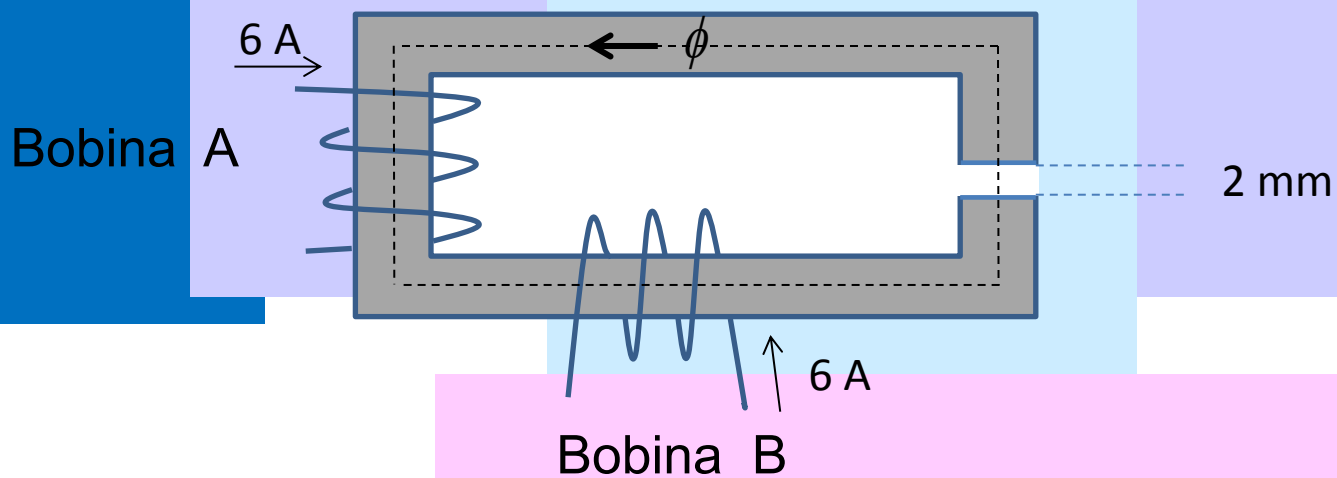


EJEMPLO

Los campos magnéticos en el hierro y el entrehierro son iguales, luego

$$B_{eh} = B_{fe} = 0,83 [T]$$

Y usando la curva de magnetización se tiene $0,83 = \frac{1,5 \times H_{fe}}{100 + H_{fe}} \Rightarrow H_{fe} = 125 [Av/m]$



Reemplazando estos valores en la expresión para N_B

$$\Rightarrow N_B = 1236,6 \approx 1237 \text{ espiras}$$



PERDIDAS EN CIRCUITOS MAGNETICOS

CORRIENTE ALTERNA



PÉRDIDAS MAGNÉTICAS

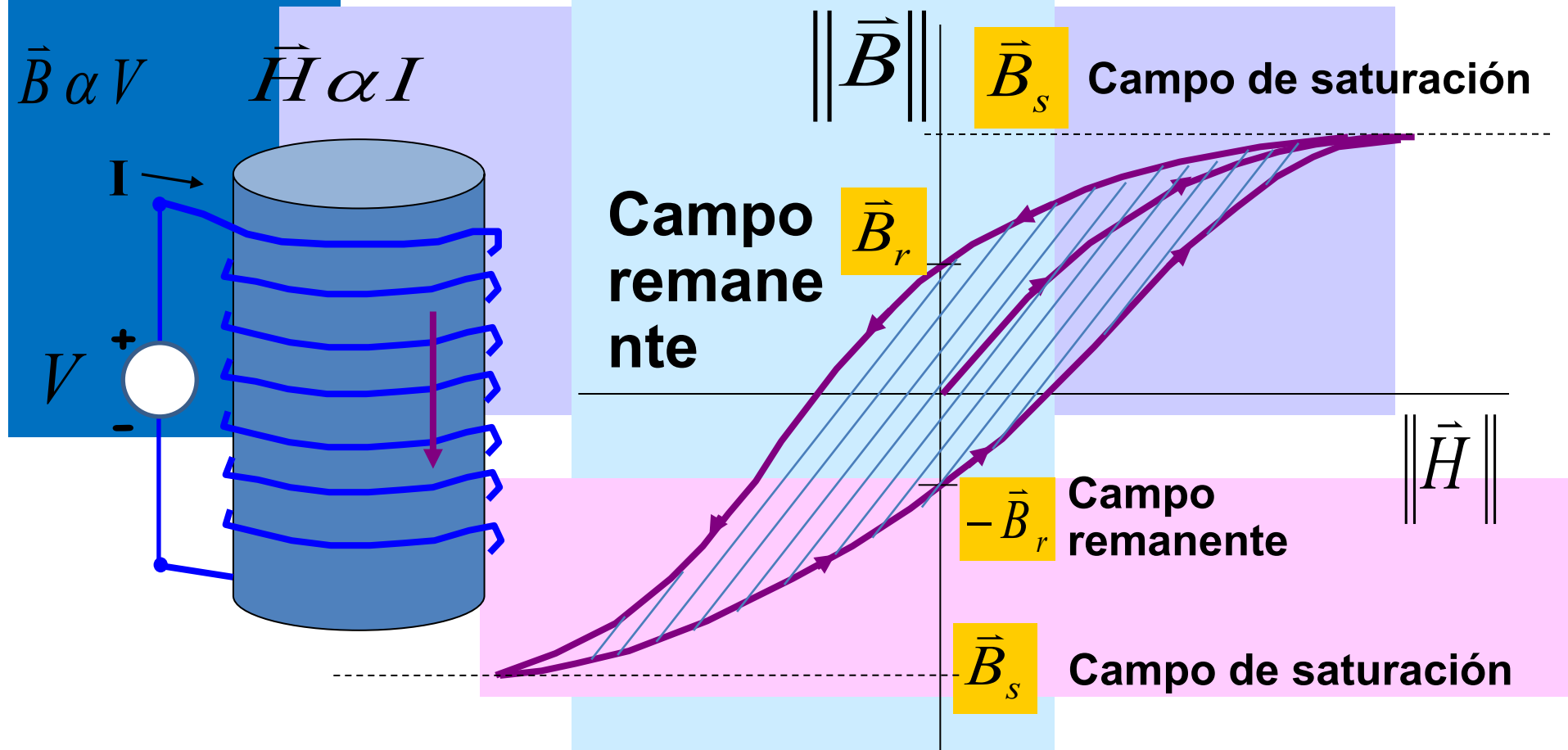
- **Pérdidas de Histéresis:**

Roce molecular debido al constante cambio de orientación de las moléculas magnéticas al ser excitadas por un campo magnético alterno.



Pérdidas de histéresis

$\mu = \mu_R \mu_0$ se puede determinar experimentalmente





PERDIDAS EN CIRCUITOS MAGNETICOS

CORRIENTE ALTERNA



PÉRDIDAS MAGNÉTICAS

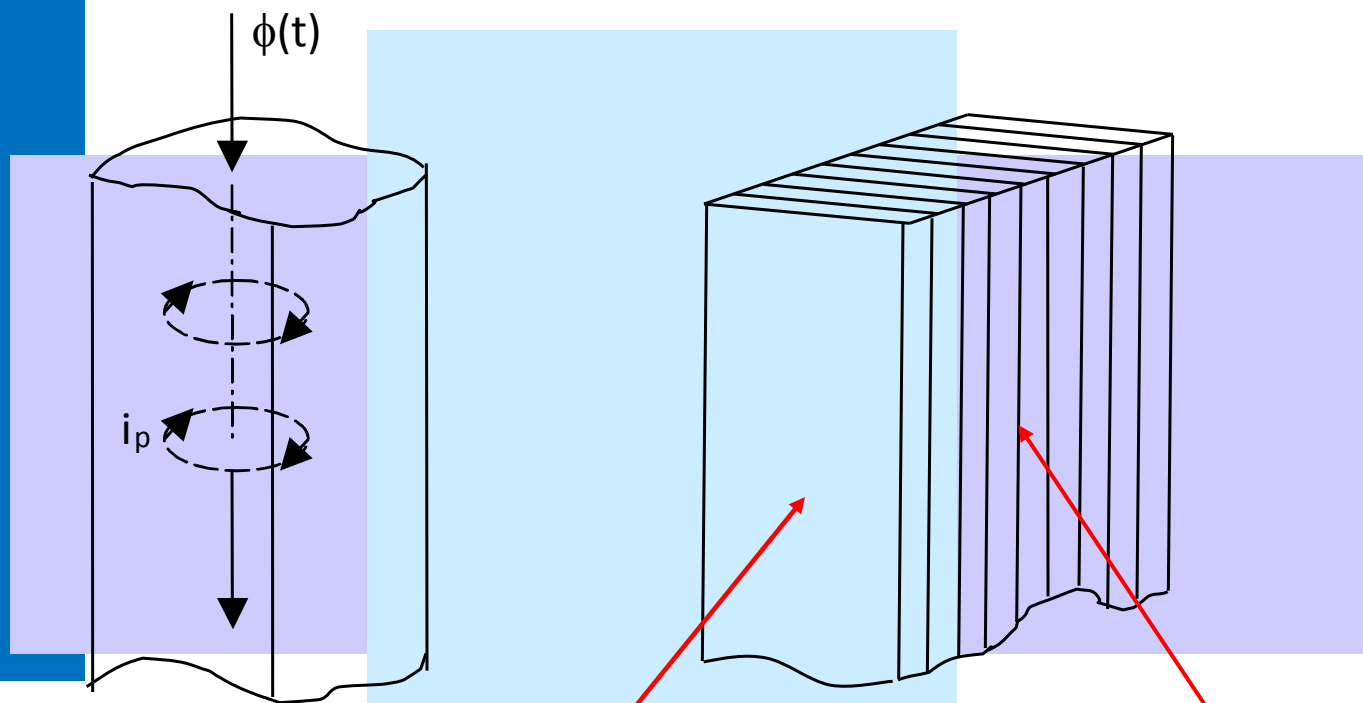
- **Pérdidas por corrientes parásitas o de Foucault (i_p):**

Un flujo variable en el tiempo induce corrientes parásitas que circulan en el núcleo. Se producen pérdidas de Joule de la forma

$$r_{\text{fierro}} \cdot i_P^2$$



PERDIDAS EN CIRCUITOS MAGNETICOS



Núcleo laminado para restringir la trayectoria de las corrientes parásitas

Barniz aislante



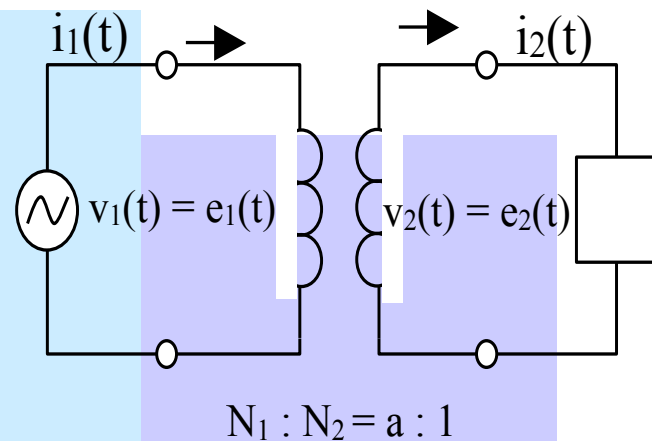
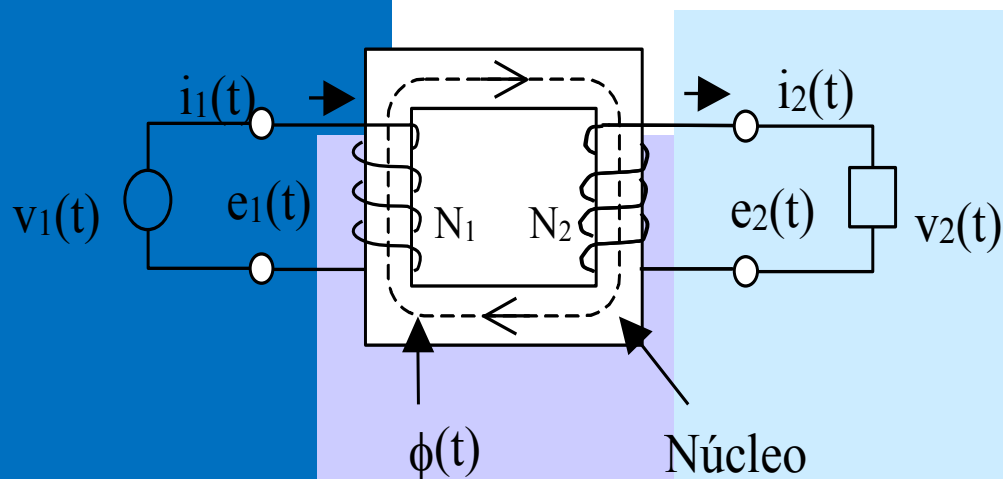
TRANSFORMADOR MONOFÁSICO IDEAL

Un transformador es ideal si:

- Permeabilidad del núcleo $\mu \rightarrow \infty$.
- No hay flujos de fuga.
- No hay pérdidas Joule en los enrollados.
- No hay pérdidas de potencia en el núcleo.



TRANSFORMADOR MONOFÁSICO IDEAL



Un transformador es ideal si:

- Permeabilidad del núcleo $\mu \rightarrow \infty$.
- No hay flujos de fuga.
- No hay pérdidas Joule en los enrollados.
- No hay pérdidas de potencia en el núcleo.



TRANSFORMADOR MONOFÁSICO IDEAL

□ RELACIÓN DE VOLTAJES

Dado que $\phi = \phi_{m\acute{a}x} \text{sen}(\omega t) \Rightarrow v_1 \approx e_1(t) = \omega \cdot N_1 \cdot \phi_{m\acute{a}x} \cos(\omega t)$

y $\omega = 2\pi f$

$$\Rightarrow V_1 \approx E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot N_1 \cdot f \cdot \phi_{m\acute{a}x} = 4,44 \cdot N_1 \cdot f \cdot \phi_{m\acute{a}x}$$

$$\therefore E_1 = 4,44 N_1 f \phi_{m\acute{a}x}$$

$$\Rightarrow \phi_{m\acute{a}x} = \frac{1}{4,44 N_1} \cdot \frac{V_1}{f}$$

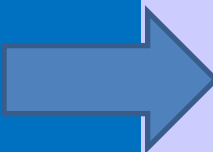


TRANSFORMADOR MONOFÁSICO IDEAL

Si A_N es el área transversal del núcleo, se tiene:

$$\Rightarrow V_1 \approx E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot f \cdot B_{máx} \cdot A_N$$

$$\Rightarrow V_2 \approx E_2 = 4,44 \cdot N_2 \cdot f \cdot B_{máx} \cdot A_N$$

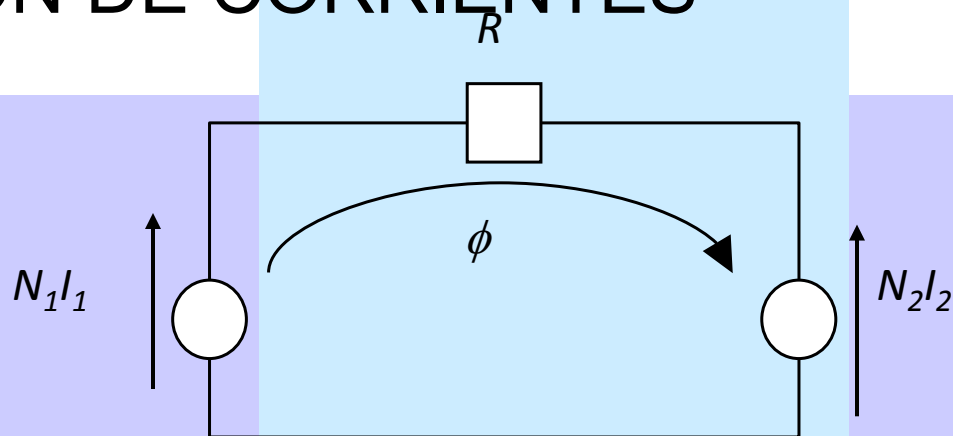

$$\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

Donde a es la razón de vueltas del transformador



TRANSFORMADOR MONOFÁSICO IDEAL

RELACIÓN DE CORRIENTES



Del circuito magnético se cumple:

$$N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2 = R \cdot \phi$$

$$R \rightarrow 0 \Rightarrow N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2 = 0$$

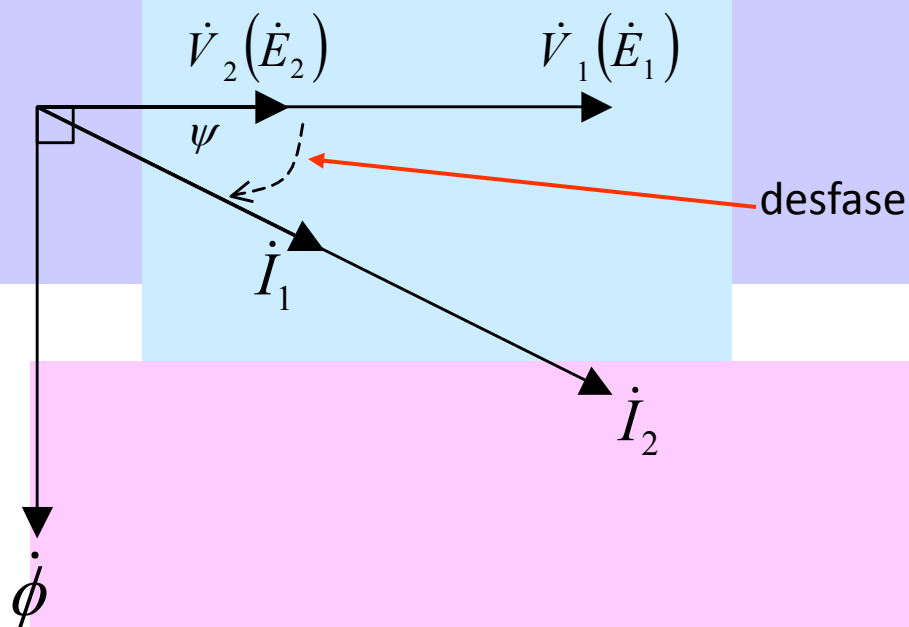
$$\Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}$$



TRANSFORMADOR MONOFÁSICO IDEAL

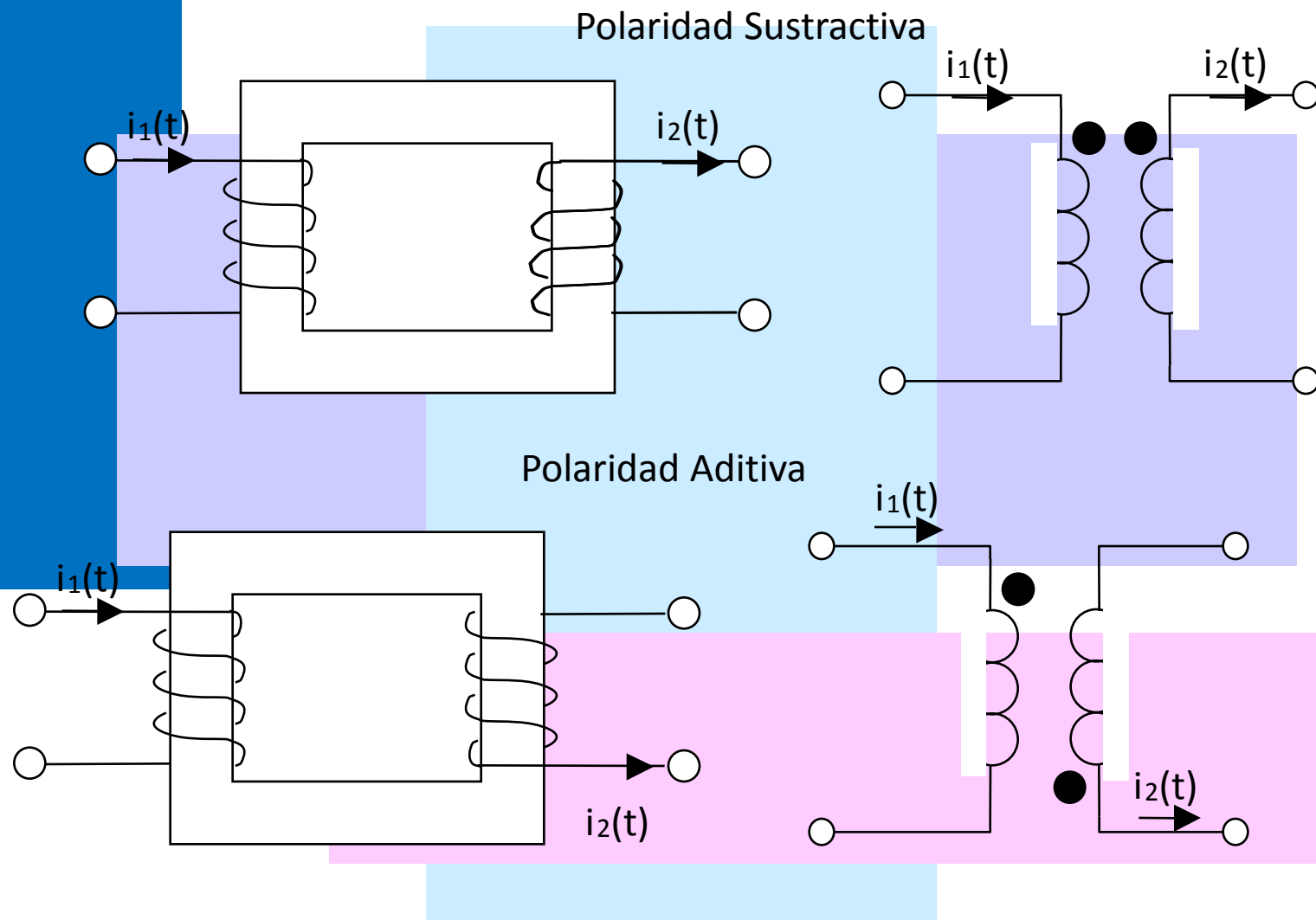
Fasorialmente, se cumple:

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}$$





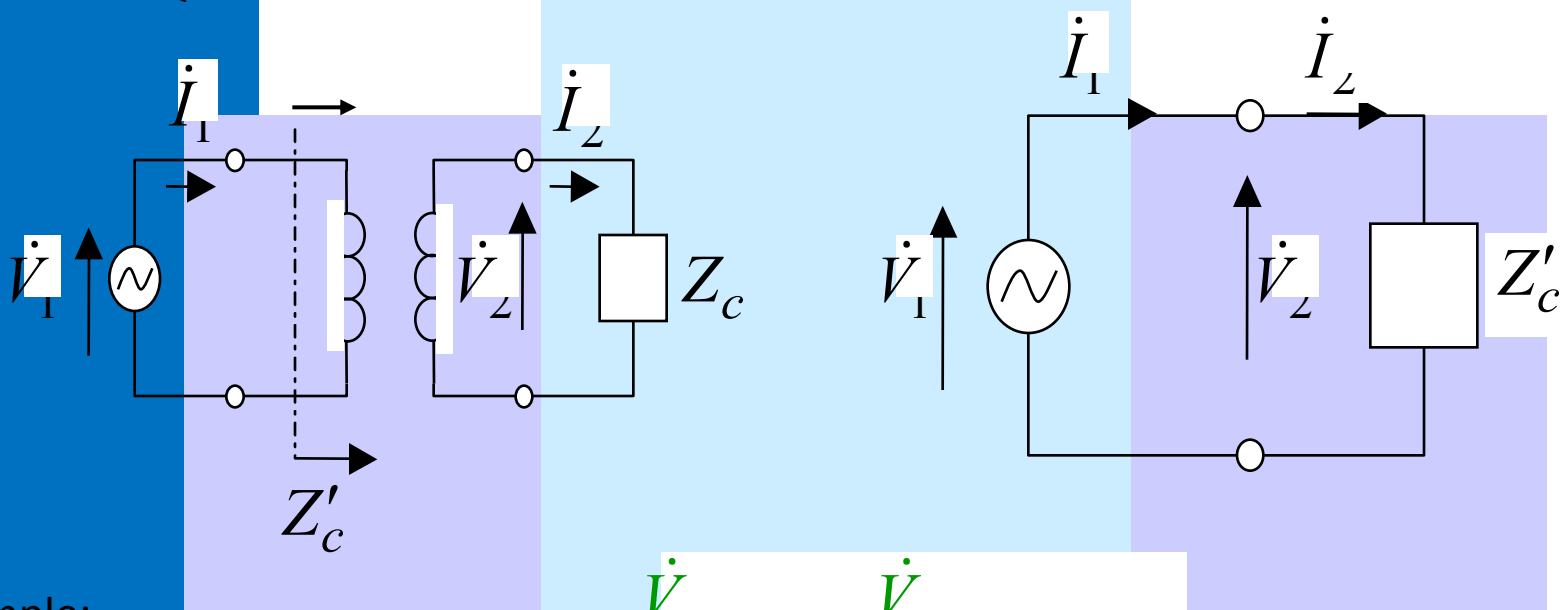
TRANSFORMADOR MONOFÁSICO IDEAL





TRANSFORMADOR MONOFÁSICO IDEAL

□ CIRCUITO EQUIVALENTE REFERIDO AL PRIMARIO



Se cumple:

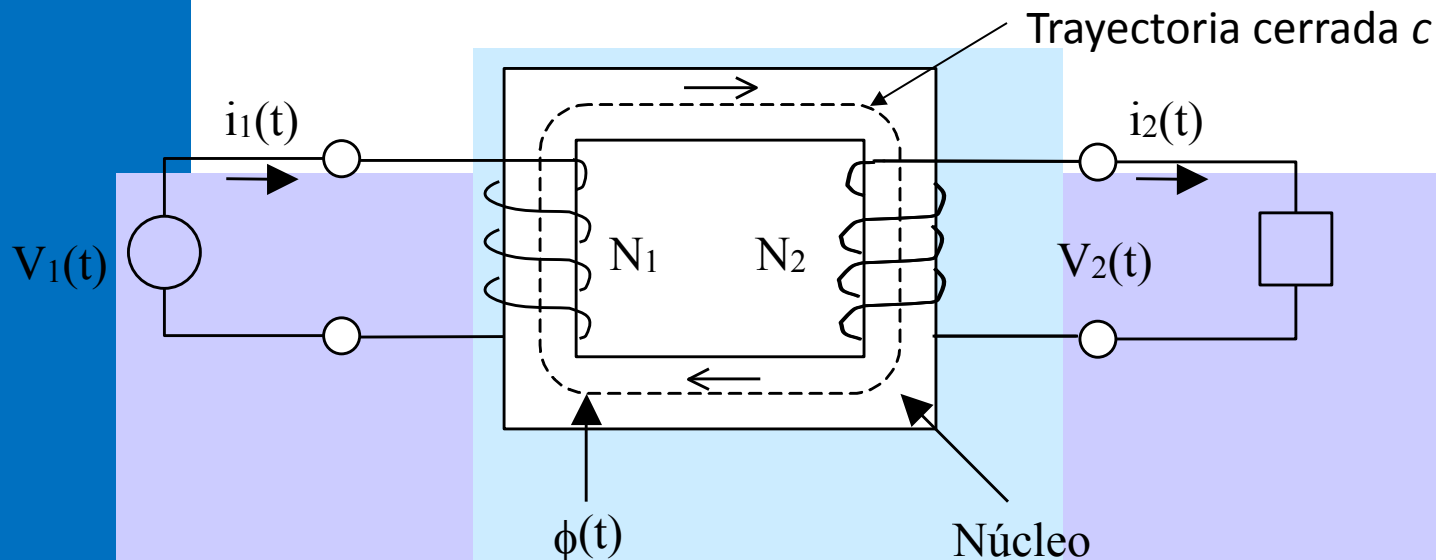
$$Z'_c = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} - a^2 \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2} - a^2 Z_c$$

$$\dot{V}_2 = a \dot{V}_2$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{I}_2}{a}$$



TRANSFORMADOR IDEAL



En un caso ideal sin pérdidas, $\phi(t)$ es enlazado totalmente por ambos enrollados.

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= N_1 \frac{d\phi}{dt} \\ V_2 &= N_2 \frac{d\phi}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

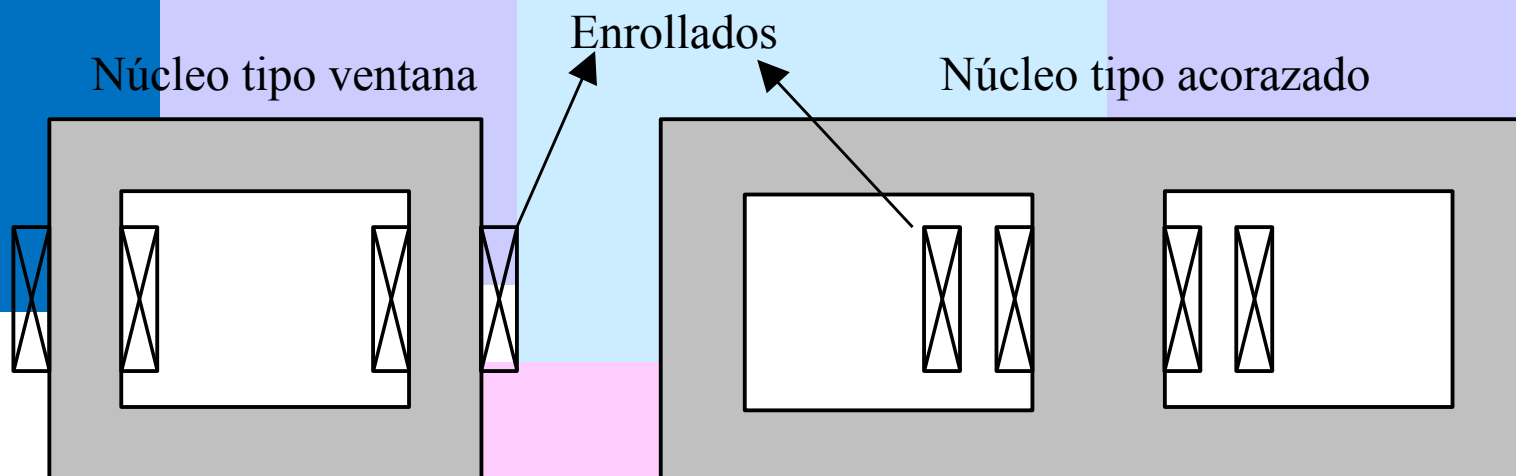
$$\left. \begin{aligned} \oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} &= N_1 I_1 - N_2 I_2 \\ H &= \frac{B}{\mu}, \quad \mu \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \Rightarrow N_1 I_1 = N_2 I_2$$



ASPECTOS CONSTRUCTIVOS

NÚCLEO: formado por chapas o láminas de acero silicoso, con espesores de 0,3 a 0,5 [mm].

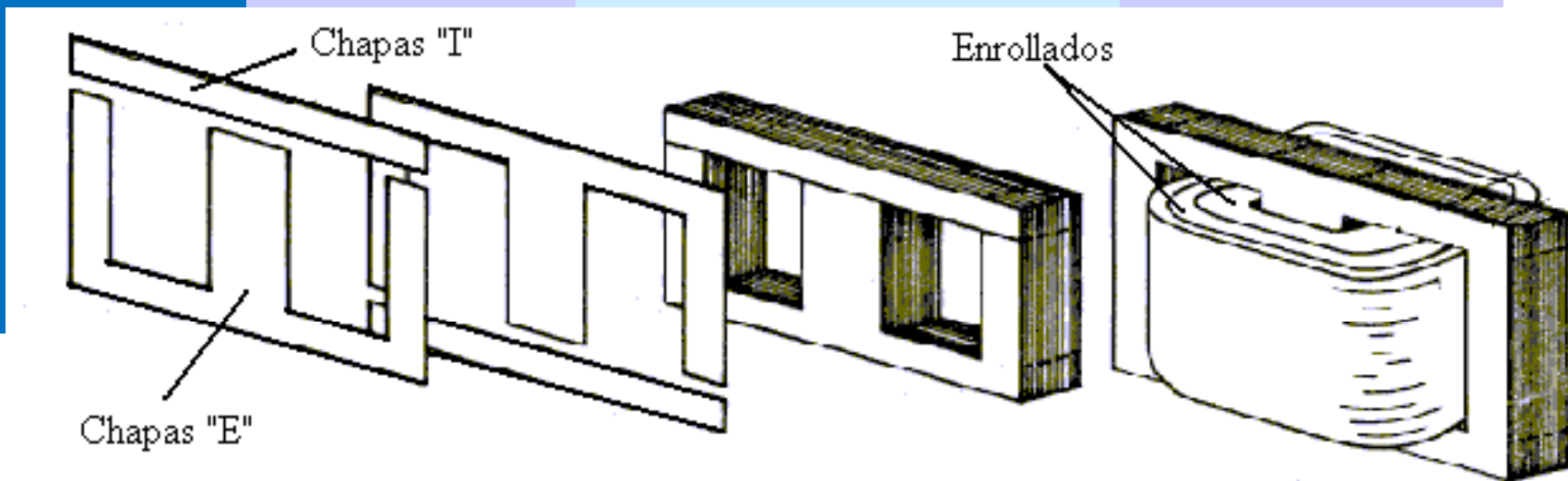
Núcleos de transformadores monofásicos





ASPECTOS CONSTRUCTIVOS

Traslapo de chapas y transformador monofásico armado

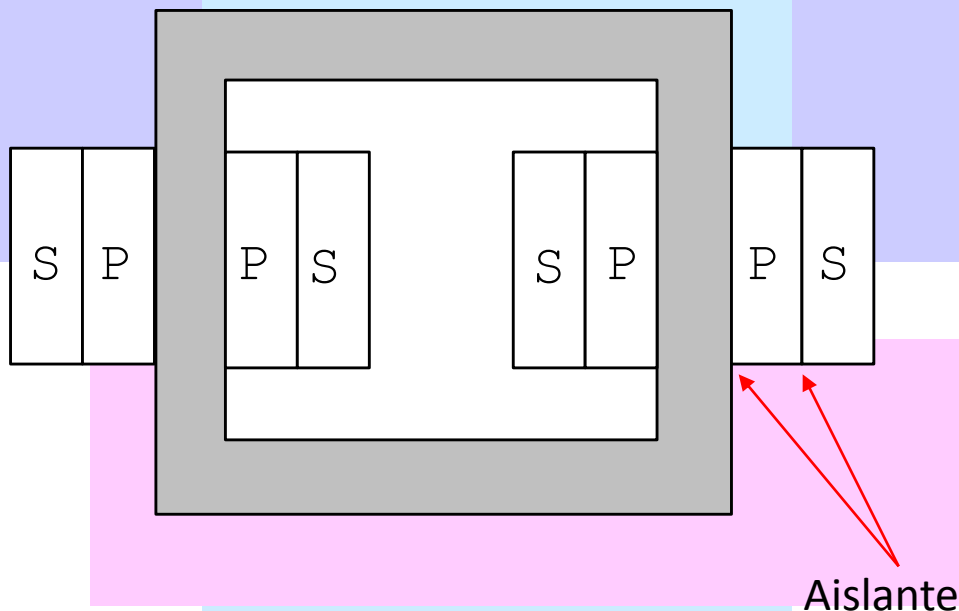




ASPECTOS CONSTRUCTIVOS

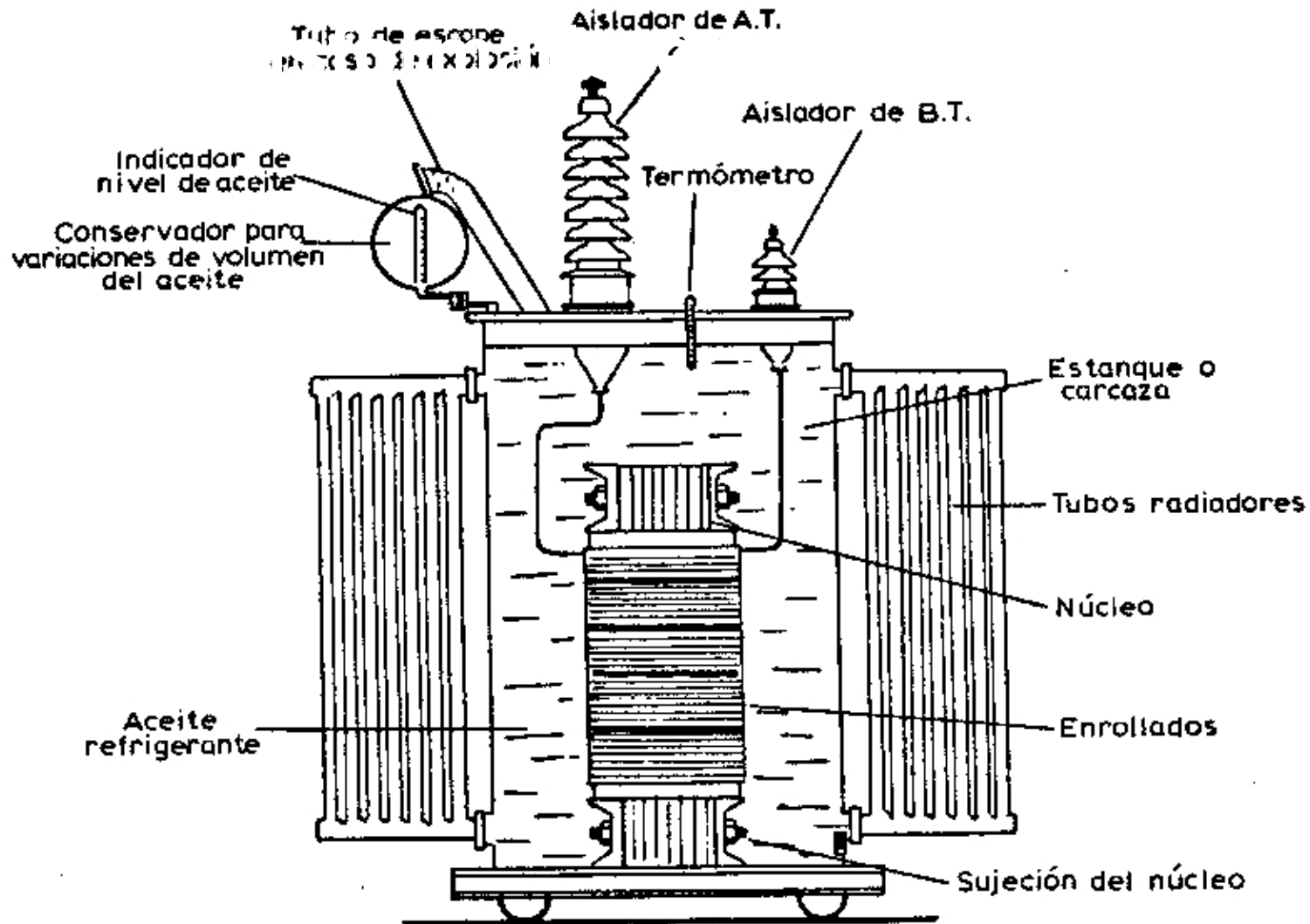
ENROLLADOS: conductores de cobre, recubiertos de aislante. Además, aislados entre enrollados y entre enrollados y núcleo.

Enrollados concéntricos en un núcleo tipo ventana





ASPECTOS CONSTRUCTIVOS:





ASPECTOS CONSTRUCTIVOS

ACCESORIOS: dependen del nivel de potencia y voltaje.

Entre ellos se cuentan:

- Elementos de sujeción del núcleo.
- Carcaza del transformador.
- Terminales de los enrollados.
- Sistema de refrigeración: en aire o aceite (forzados o no), radiadores, ventiladores, resinas epóxicas.
- Protecciones.