

Auxiliar 3 - Propiedades de Clausura de Lenguajes Regulares y Lema de Bombeo

Profesor: Jorge Pérez [jperez@dcc.uchile.cl]
Auxiliares: Nicolás Lehmann [nlehmann@dcc.uchile.cl]
Rodrigo Alonso [ralonso@dcc.uchile.cl]

P1. Demuestre que los siguientes lenguajes no son regulares

- (a) $L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ tiene la misma cantidad de } a\text{'s, } b\text{'s y } c\text{'s}\}$
- (b) $L_2 = \{a^j b^k \mid \gcd(j, k) = 50\}$
- (c) $L_3 = \{a^j b^k c^k \mid j, k \geq 2\}$

P2. Sea $B = \{0, 1, \dots, 9\}$ el alfabeto de dígitos decimales y sea $\Sigma = B \times B$. Para un string w en Σ^* podemos formar un número concatenando la primera componente de cada símbolo de w . Llamaremos a este número $\text{val}_1(w)$. De la misma forma llamamos $\text{val}_2(w)$ al número que se forma concatenando las segundas componentes. Considere ahora el lenguaje de todos los strings $w \in \Sigma^*$ tales que $\text{val}_2(w) = \text{val}_1(w)^2$. Por ejemplo, el siguiente string pertenece al lenguaje pues $225 = 15^2$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Demuestre que el lenguaje definido anteriormente no es regular.

P3. Demuestre o refute las siguientes propiedades de clausura para lenguajes regulares y argumente su respuesta.

- (a) Para todo $k \in \mathbb{N}$, si L es regular entonces $L_{>k} = \{w \in L \mid |w| > k\}$ es regular.
- (b) Dado un lenguaje L sobre Σ regular entonces $2L = \{xx \in \Sigma^* \mid x \in L\}$ es regular.
- (c) Para todo $k \in \mathbb{N}$ y $L \in \Sigma^*$ tal que $0 \notin \Sigma$, si L es regular entonces $L_{<<k} = \{x0^k \mid x \in \Sigma^* \text{ y existe } y, \text{ tal que } |y| = k \text{ y } yx \in L\}$ es regular

P4. Demuestre que la clase de los lenguajes regulares es cerrada bajo la siguiente operación.

$$\text{CYCLE}(L) = \{xy \mid yx \in L \text{ con } x \text{ e } y \text{ strings}\}$$