MA2001-1 Semestre 2015-03
Profesor: Marcelo Leseigneur P
Auxiliares y Ayudantes: Simón Piga, Valentin Retamal, Obed Ulloa

Auxiliar 7
Diferenciabilidad

P1.

[Regla de Cadena] Considere $g(x) = f(sen(x), h(x^2, \alpha x))$ con f, h derivables. Calcule g'.

P2.

[Ejemplos y Contraejemplos]
Estudie la Diferenciabilidad, la existencia de Derivadas parciales y direccionales de las siguientes funciones:

a) $f(x,y) = xy^2$

b) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{(x^2+y^2)}} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

c) $f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)sen(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

d) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

P3.

[Regla de Leibnitz] En este problema vamos a estudiar que ocurre cuando tenemos funciones del tipo:

$$\frac{d}{dy}\int_I f(x,y)dx$$

a) Considere I, J intervalos, I compacto y J abierto. Sea $f : I \times J \to \mathbb{R}$ una función tal que:

- $f(\cdot, y)$ es integrable para todo $y \in J$.
- $f(x, \cdot)$ es derivable en J para todo $x \in I$
- $\frac{\partial f}{\partial y}$ es continua (en dos variables)

Demuestre que: $\frac{d}{dy}\int_I f(x,y)dx = \int_I \frac{\partial f}{\partial y}(x,y)dx$

b) Considere f con las mismas hipótesis anteriores, y considere la función: $G : I \times J \to \mathbb{R}$ tal que $G(t, y) = \int_{t_0}^{t} f(x, y)dx$.

Pruebe que G es derivable en el sentido de Frechet.

c) Tome $g : J \to I$ derivable. Encuentre la derivada de la función $\bar{G}(y) = \int_{t_0}^{g}(y)f(x, y)dx$