MA2001-1 Semestre 2015-03
Profesor: Marcelo Leseigneur P
Auxiliares y Ayudantes: Simón Piga, Valentin Retamal, Obed Ulloa

Control 1

P1.

Comente las siguientes proposiciones. Si es verdadera demuéstrela; en caso contrario de un contraejemplo. Para todas ellas considere $(E, \|\cdot\|)$ un espacio vectorial normado.

a) Sea $A \subseteq E$ abierto y sea $x_0 \in A$. Entonces $A \setminus \{x_0\}$ es abierto.

b) Sean $A, B \subseteq E$ tales que $A \subseteq B$. Entonces $int(A) \subseteq int(B)$.

c) Sean $A \subseteq B \subseteq E$. Entonces $Fr(A) \subseteq Fr(B)$.

d) Sea $X \subseteq E$ y $x_0 \in Fr(X)$ con $x_0 \notin X$. Entonces x_0 es punto de acumulación de X.

e) Sean $A \subseteq E$ y $B \subseteq E$. Entonces $\mathring{A} \cup \mathring{B} = \overset{\circ}{\widehat{A \cup B}}$

f) Sean $A \subseteq E$ y $B \subseteq E$. Entonces $\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{A \cup B}$

P2.

a) Sea $(E, \|\cdot\|)$ un espacio de Banach, y sea $T : E \to E$ una función. Demuestre que si existe $k \in \mathbb{N}$ tal que $T^k = \underbrace{T \circ \cdots \circ T}_{k \text{ veces}}$ es contractante entonces T posee un único punto fijo en E.

b) Considere la ecuación diferencial:

$$(1) \begin{cases} u' = f(x, u) \\ u(x_0) = u_0 \end{cases}$$

En que $u_0 \in \mathbb{R}$ fijo.

Usando el teorema del punto fijo, muestre que si $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es continua y satisface que $|f(s, u) - f(s, v)| \leq k|u - v|$ entonces (1) tiene solución y encuentre un método iterativo para encontrarla.

P3.

a) Determine si existen los siguientes límites:

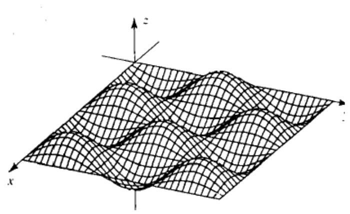
- $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^5 - 2x^2y^3}{(x^2+y^2)^2}$
- $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^4}}$
- $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{ln(x^4 - y^4 + 1)}{x^2+y^2}$
- $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{|xy|^\alpha}{x^2 - xy + y^2}$ en función de α.

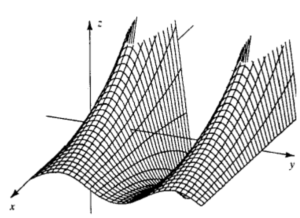
b) Determine a qué función le corresponde cada gráfico y curva de nivel:

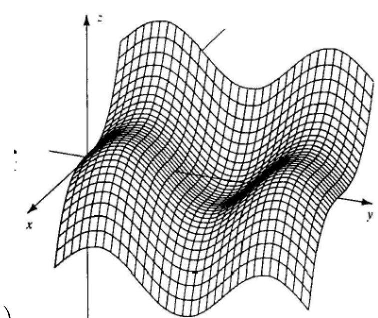
Funciones:

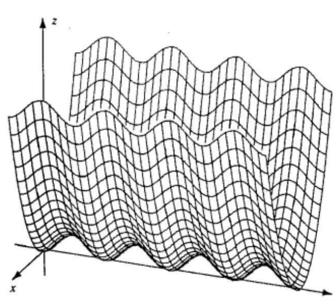
a) $z = -\frac{1}{9}x^3 sen(y)$
b) $z = sen(y)$
c) $z = -sen(x)sen(y)$
d) $z = sen(y) - \frac{1}{9}x^3$
e) $z = 3e^{-x/5} sen(y)$
f) $z = \frac{1}{2}x^2 + sen^2(y)$

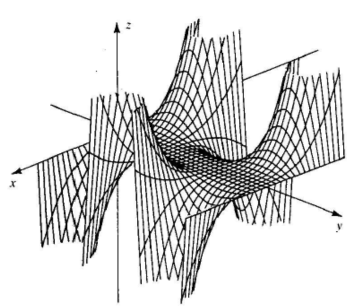
Gráficos:

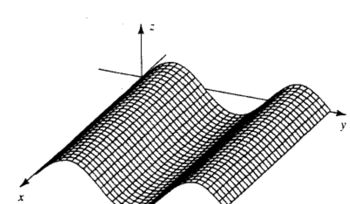
1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

6) 

Curvas de Nivel:

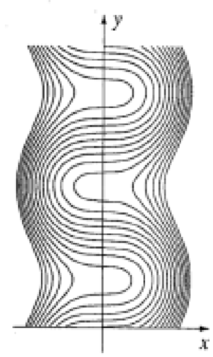


FIGURE 30

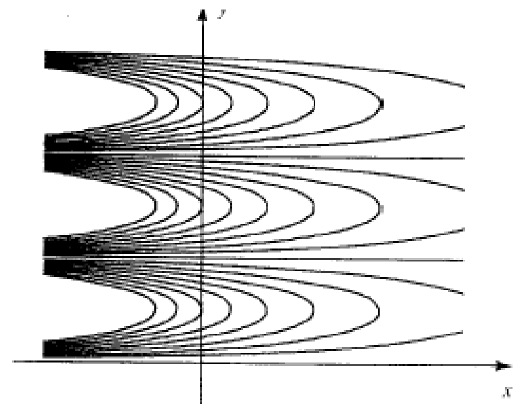


FIGURE 31

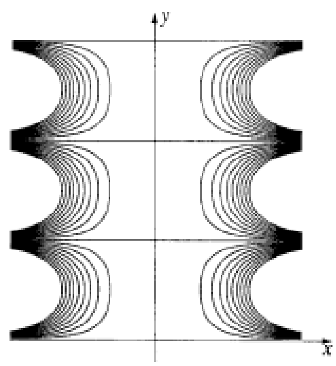


FIGURE 32

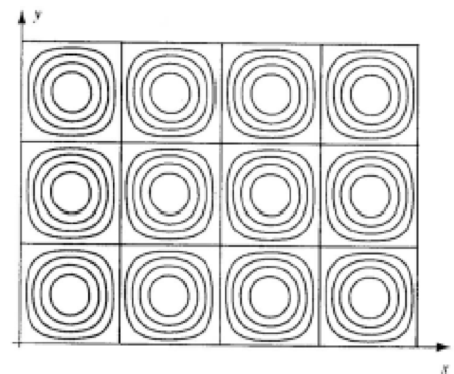


FIGURE 33

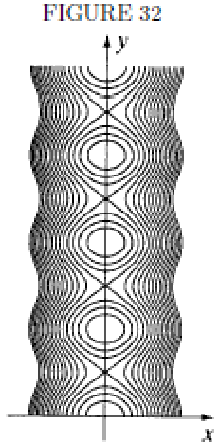


FIGURE 34

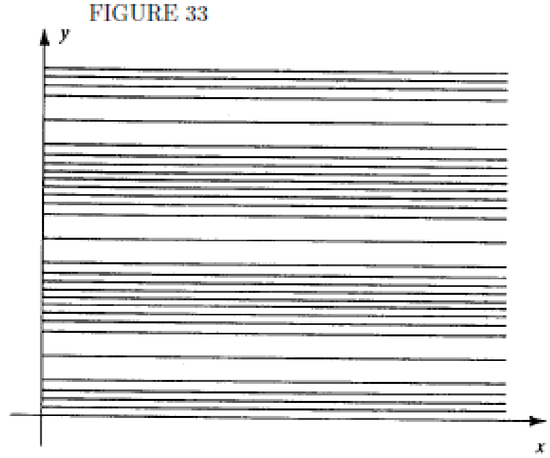


FIGURE 35