Ingeniería Mecánica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

ME3204
Mecánica de Sólidos

Auxiliar N°10 y 11

18/19 de Noviembre de 2014

Profesor Cátedra: Roger Bustamante P.
Profesor Auxiliar: Rodrigo Bahamondes S.

Consultas a: **rbahamondes@ing.uchile.cl**

P1.- En un eje circular sólido sujeto a torsión pura, el campo de esfuerzos está dado por:

$$[\sigma_{ij}] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -Cx_2 \\ 0 & 0 & Cx_1 \\ -Cx_2 & Cx_1 & 0 \end{pmatrix}$$

donde *C* es una constante. En el punto *(1,2,4)*, encuentre:

a) Los esfuerzos principales
b) Las direcciones principales
c) El esfuerzo de corte máximo

P2.- Sea las funciones de esfuerzo:

$$\phi_2(x,y) = \frac{a_2}{2}x^2 + b_2xy + \frac{c_2}{2}y^2$$

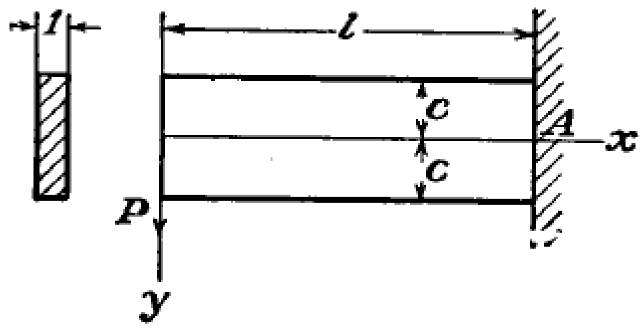
$$\phi_4(x,y) = \frac{a_4}{12}x^4 + \frac{b_4}{6}x^3y + \frac{c_4}{2}x^2y^2 + \frac{d_4}{6}xy^3 + \frac{e_4}{12}y^4$$

a) Demuestre que ambas funciones cumplen con la ecuación biharmónica (ergo, cumplen con las ecuaciones de equilibrio)
b) Exprese las componentes del esfuerzo en ambos casos en función de las constantes a_i, b_i, c_i, d_i

Se utilizará el siguiente estado de esfuerzos para la resolución de un problema de valor de frontera:

$$\sigma_x = \sigma_{x(4°\ orden)}, \quad \sigma_y = \sigma_{y(4°\ orden)}, \quad \tau_{xy} = \tau_{xy(2°\ orden)} + \tau_{xy(4°\ orden)}$$

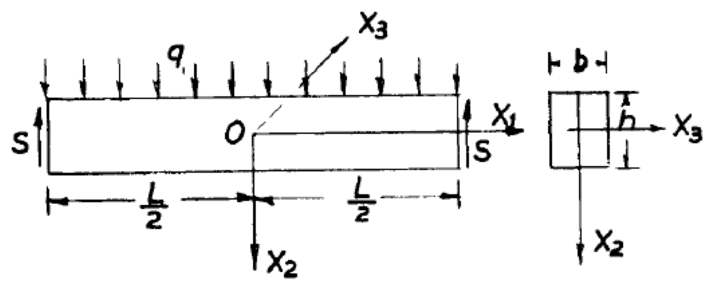
El problema de valor de frontera es el siguiente: Se tiene una viga rectangular de espesor unitario, representada por la figura. Un extremo de la viga está empotrado, mientras que el otro está sometido a una fuerza *P* distribuida en el espesor. Las dimensiones y el origen del sistema de coordenadas están dados en la figura. Asuma que el material del que está hecho la viga es elástico-lineal y que la viga es isotrópica.



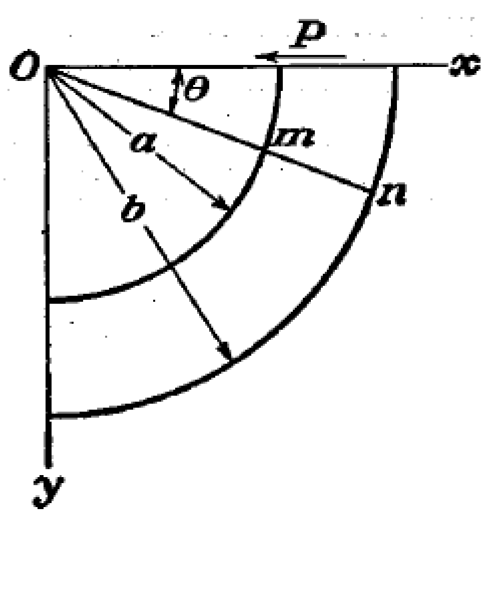
c) Haciendo $a_4 = b_4 = c_4 = 0$, encuentre el valor de las constantes que quedan en función de valores conocidos. Exprese el estado de esfuerzos de la viga en función de éstos
d) Obtenga el campo de deformaciones de la viga
e) Obtenga el campo de desplazamientos de la viga

P3.- Encuentre el campo de desplazamientos para el caso de una viga simplemente apoyada y sometida a una fuerza distribuida en el borde superior, como la que se muestra en la figura. Utilice la siguiente función de esfuerzos de 5° orden

$$\phi(x_1, x_2) = A(-4{x_2}^5 + 20{x_1}^2{x_2}^3 - 15{x_1}^2 x_2 h^2 \\ -5{x_2}^3 L^2 + 2{x_2}^3 h^2 + 5{x_1}^2 h^3)$$



P4.- Se tiene una barra curva de espesor unitario que está sometida a una fuerza *P* distribuida en uno de los bordes, mientras que permanece empotrada en el otro.



a) Sea la función de esfuerzos $\phi(r,\theta) = f(r)\sin\theta$. Demuestre que esta función de esfuerzos satisface las ecuaciones de equilibrio si $f(r)$ cumple con la siguiente ecuación diferencial ordinaria:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}-\frac{1}{r^2}\right)\left(\frac{d^2 f}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{df}{dr}-\frac{f}{r^2}\right)=0$$

b) La solución general de la EDO anterior está dada por:

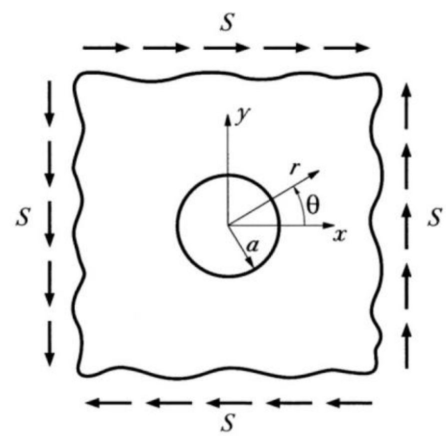
$$f(r)=Ar^2+B\frac{1}{r}+Cr+Dr\ln r$$

Encuentre las constantes y exprese el estado de esfuerzos de la viga. ¿Cuál es el valor de los esfuerzos en la parte superior e inferior de la viga?

c) Obtenga el desplazamiento radial en el extremo superior de la viga, asumiendo que el material de la barra es elástico-lineal y que ésta es isotrópica.

P5.- Encuentre el campo de desplazamientos para la placa infinita sometida a esfuerzo de corte puro en sus bordes y con un agujero en el centro, utilizando la siguiente función de esfuerzos:

$$\phi(r,\theta)=-\frac{Sr^2\sin(2\theta)}{2}+A\sin(2\theta)+\frac{B}{r^2}\sin(2\theta)$$



P6.- Se tiene una columna de sección rectangular que cuelga del techo y está sometida a la fuerza de su propio peso. Encuentre el campo de desplazamientos de la columna. Asuma que el material del que está hecha la columna es elástico-lineal y que la viga es isotrópica.