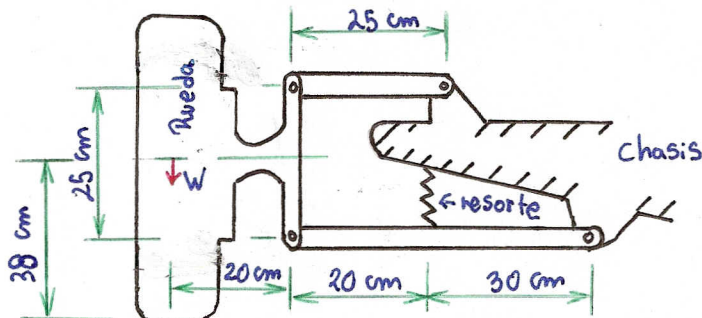




- 1) La figura muestra el sistema de suspensión de una rueda de automóvil. El pavimento ejerce una fuerza F sobre la rueda. La llanta, frenos y otros adminículos pesan W , cuyo centro de gravedad se muestra en la figura. Calcule la fuerza sobre el resorte y las reacciones que se producen en todas las barras del sistema. Considere a las barras sin peso propio. (20 puntos)

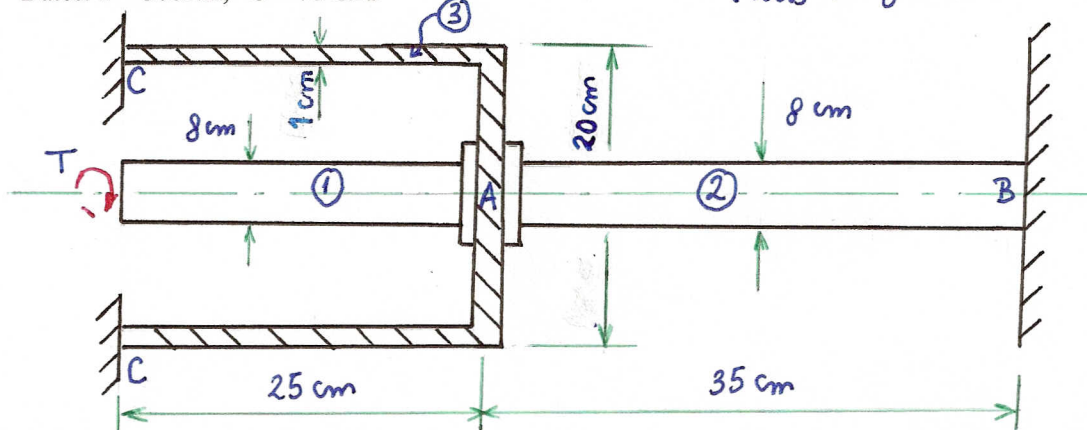
Datos: $F = 400 \text{ Kgf}$, $W = 30 \text{ Kgf}$



- 2) La figura muestra dos ejes macizos 1 y 2 que están conectados de manera rígida al eje hueco 3 en A. El eje 2 está empotrado en su derecha en B, y el eje 3 está empotrado en su lado izquierdo en C (ambos a paredes rígidas). Al eje 1 se le aplica un torque T . Determine los torques que se producen en los apoyos en B y C. (20 puntos)

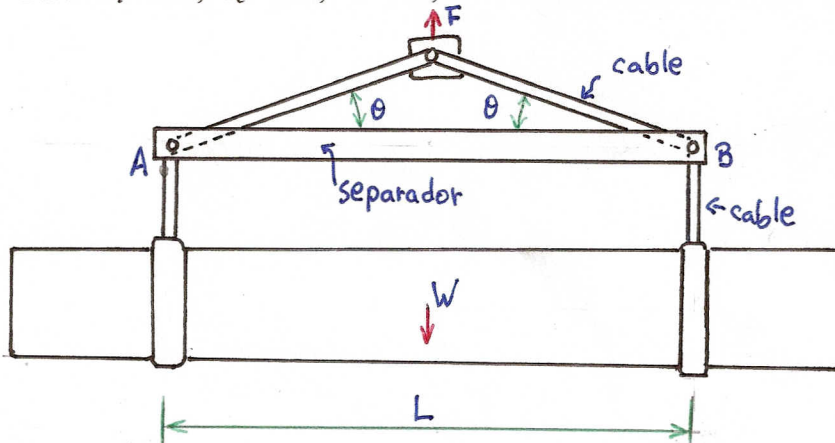
Datos: $T = 300 \text{ Nm}$, $G = 70 \text{ GPa}$

(todos los ejes son del mismo material)



- 3) Se tiene un aparato que sirve para levantar un tubo de peso W . El separador AB de la figura es un tubo de acero de diámetro interior d_i , diámetro exterior d_e y longitud L . Si se quiere evitar pandeo en el tubo, determine el máximo peso W que el dispositivo puede levantar con un factor de seguridad de 2.5 para la primera carga crítica de Euler. Suponga que no hay roce y que el tubo AB está conectado a pasadores en A y B. (20 puntos)

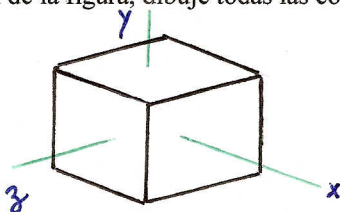
Datos: $d_i = 5 \text{ cm}$, $d_e = 6 \text{ cm}$, $L = 1 \text{ m}$, módulo de elasticidad tubo AB = 190 GPa



$$\theta = 25^\circ$$

4) Responda la siguientes preguntas:

- Indique como se obtiene la recta de Goodman en fatiga. (3 puntos)
- Explique brevemente el principio de Saint Venant. Use el ejemplo de una placa en tracción sometida a dos cargas puntuales y opuestas en los extremos. (3 puntos)
- Para el cubo diferencial de la figura, dibuje todas las componentes del tensor de esfuerzos. (2 puntos)



- Indique tres tipos de inestabilidad elástica. (2 puntos)

Formulario

Torsión $T = \frac{\theta GJ}{L}$

Sección circular $J = \frac{\pi D^4}{32}$

$\tau = \frac{Tr}{J}$

Flexión

Esfuerzo $\sigma_x = -\frac{M(x)}{I_z} y$

Momento inercia de área y eje neutro

Caso general eje neutro $\int_A y dA = 0$ momento inercia $I_z = \int_A y^2 dA$

Sección rectangular $I_z = \frac{ab^3}{12}$

Sección circular $I_z = \frac{\pi}{4} r^4$

Eje paralelo al neutro $\hat{I}_z = I_z + \text{distancia}^2 \text{Area}$

Corte viga sección arbitraria

$$\tau = \frac{V}{I_t} \int_y^c \xi dA$$

Ecuación de la elástica

y : Deflexión vertical de la viga

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = -\frac{w(x)}{EI} \quad \frac{d^3 y}{dx^3} = -\frac{V(x)}{EI} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \quad \frac{dy}{dx} \approx \theta(x)$$

$$\int \delta(x-a) dx = r(x-a) \quad \int r(x-a) dx = (x-a)r(x-a) \quad \int (x-a)r(x-a) dx = \frac{1}{2}(x-a)^2 r(x-a)$$

$$\int \frac{1}{2}(x-a)^2 r(x-a) dx = \frac{1}{6}(x-a)^3 r(x-a)$$

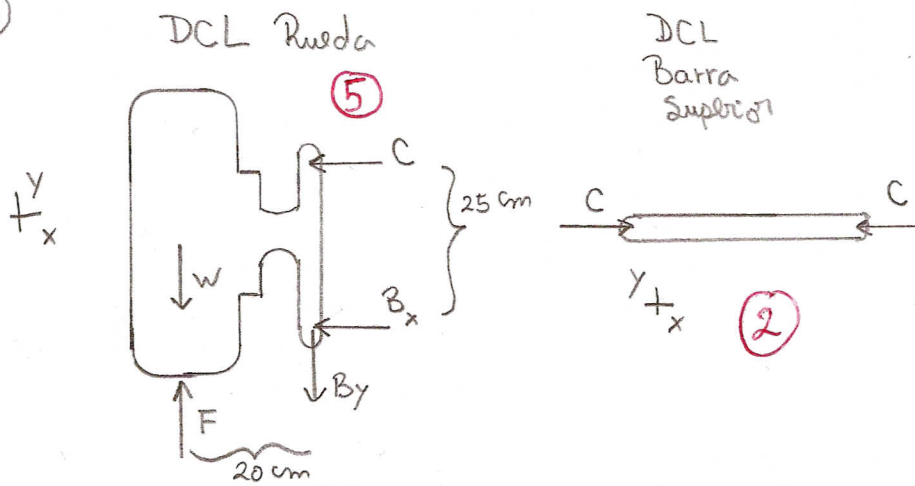
Esfuerzo de Von Mises

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$$

Ecuación para el pandeo

$$\frac{d^4 \hat{y}}{dx^4} + \frac{P}{EI} \frac{d^2 \hat{y}}{dx^2} = \frac{w(x)}{EI}$$

1)



$$\sum M_B = 0 \quad 5^+$$

$$\Rightarrow (W - F) \cdot 0,2 + C \cdot 0,25 = 0 \quad (2)$$

$$\Rightarrow C = \frac{(F - W) \cdot 0,2}{0,25}$$

$$\Rightarrow C = \frac{(400 - 30) \cdot 0,2}{0,25} \text{ kgf} \quad (1)$$

$$= 296 \text{ kgf}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow B_x = -C \quad (1)$$

$$= -296 \text{ kgf}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -W - B_y + F = 0 \quad (1)$$

$$\Rightarrow B_y = -W + F$$

$$= 370$$

$$(1) \sum F_x = 0 \Rightarrow B_x - A_x = 0$$

$$A_x = B_x$$

$$\Rightarrow A_x = -296 \text{ kgf}$$

$$(1) \sum M_A = 0 \Rightarrow F_R \cdot 0,3 - B_y \cdot 0,5 = 0$$

$$\Rightarrow F_R = B_y \cdot \frac{0,5}{0,3}$$

$$= 616,66 \text{ kgf}$$

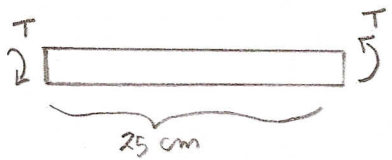
$$(1) \sum F_y = 0 \Rightarrow B_y - F_R - A_y = 0$$

$$\Rightarrow A_y = B_y - F_R$$

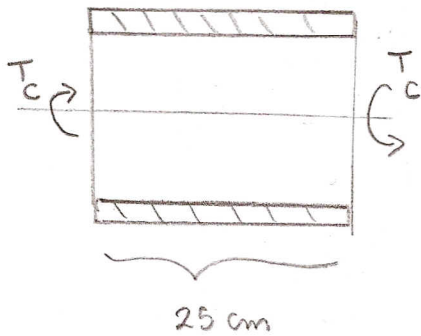
$$(1) = -246,66 \text{ kgf}$$

2)

DCL ①

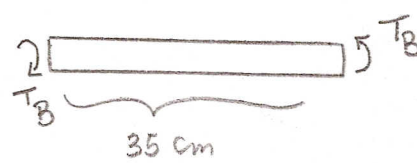


②

DCL ③ con
Corte imaginario en A

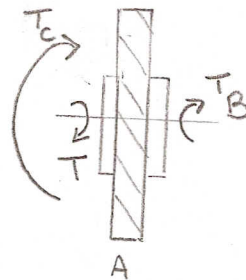
②

DCL ②



②

DCL placa zona A



③

equilibrio de torque

$$T = T_C + T_B$$

③

- El ángulo de torsión en A
es el mismo calculado para ② y ③ (rigido en A)

$$\textcircled{1} \quad \theta_A = \frac{T_B L_2}{G J_2}$$

$$\theta_A = \frac{T_C L_3}{G J_3}$$

①

$$L_2 = 0,35 \text{ m}$$

$$L_3 = 0,25 \text{ m}$$

$$J_2 = \frac{\pi \times 0,08^4 \text{ m}^4}{32} = 4,02123 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$J_3 = \frac{\pi}{32} (0,2^4 - (0,2 - 2 \times 0,01)^4) \text{ m}^4$$

$$= 5,401969 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$\Rightarrow T_B = T_C \frac{L_3 J_2}{L_2 J_3}$$

$$\textcircled{2} \quad = 5,31715 \times 10^{-2} T_C$$

luego en (*) $\Rightarrow 300 = T_C (1 + 5,31715 \times 10^{-2})$

$$\Rightarrow T_C = 284,85389 \text{ Nm}$$

②

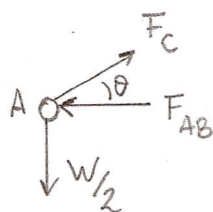
$$T_B = 15,146 \text{ Nm}$$

②

(3)

DCL pasador en A

(4)



mitad \rightarrow
del peso (la
otra mitad la soporta
el pasador B)

 F_c : fuerza cable F_{AB} : fuerza en separador

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_c \sin \theta = W/2 \Rightarrow F_c = \frac{W}{2 \sin \theta} \quad (1)$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{AB} = F_c \cos \theta$$

$$\Rightarrow F_{AB} = \frac{W}{2} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{W}{2 \tan \theta} \quad (*) \quad (2)$$

DCL Separador

Ecuación de Pandeo $w=0$

$$\frac{d^4 \hat{y}}{dx^4} + \frac{F_{AB}}{EI} \frac{d^2 \hat{y}}{dx^2} = 0$$

$$\Rightarrow \text{solución } \hat{y} = C_1 \sin\left(\sqrt{\frac{F_{AB}}{EI}} x\right) + C_2 \cos\left(\sqrt{\frac{F_{AB}}{EI}} x\right) + C_3 x + C_4$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 \hat{y}}{dx^2} = -C_1 \frac{F_{AB}}{EI} \sin\left(\sqrt{\frac{F_{AB}}{EI}} x\right) - C_2 \frac{F_{AB}}{EI} \cos\left(\sqrt{\frac{F_{AB}}{EI}} x\right)$$

condiciones de borde

$$\hat{y}(0) = 0 \quad \frac{d^2 \hat{y}}{dx^2}(0) = 0 \Rightarrow C_2 = 0 \quad C_4 = 0 \quad (1)$$

pasador A

$$\hat{y}(L) = 0 \quad \frac{d^2 \hat{y}}{dx^2}(L) = 0 \Rightarrow C_1 \frac{F_{AB}}{EI} \sin\left(\sqrt{\frac{F_{AB}}{EI}} L\right) = 0 \Rightarrow C_3 = 0$$

pasador B

$$\sqrt{\frac{F_{AB}}{EI}} L = m\pi$$

solución no trivial

$$\text{primera carga de Euler } \Rightarrow m=1 \Rightarrow F_{ABcr} = EI \frac{\pi^2}{L^2} \quad (2)$$

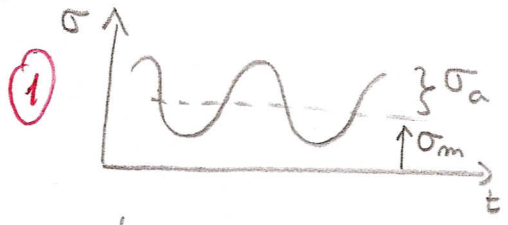
$$\text{factor de seguridad } \frac{F_{ABcr}}{F_{AB}} = 2,5 \Rightarrow F_{AB} = \frac{EI \pi^2}{2,5 L^2} \text{ de } (*) \Rightarrow W = \frac{2}{2,5} \frac{EI \pi^2}{L^2} \tan \theta \quad (1)$$

$$\text{pero } L = 1 \text{ cm}, E = 190 \times 10^9 \text{ Pa}, \theta = 25^\circ \quad I_z \approx \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{d_o}{2}\right)^4 - \left(\frac{d_i}{2}\right)^4 \right]$$

$$\approx 3,29376 \times 10^{-7} \text{ m}^4 \quad (2)$$

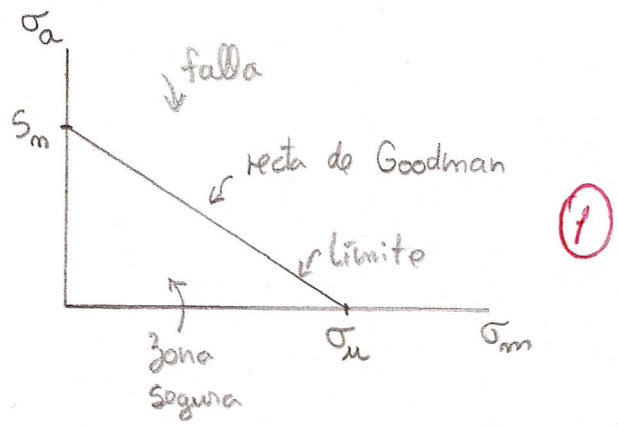
$$\Rightarrow W = 230413,7 \text{ N} \quad (2)$$

4) a. En el problema de fatiga donde la carga externa tiene una parte alternante y otra promedio

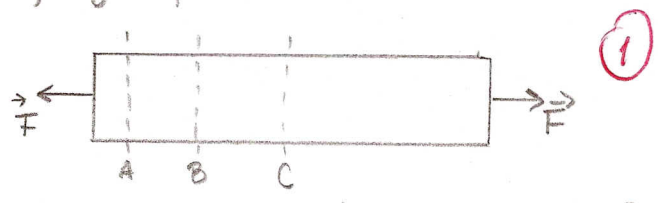


$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$
$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

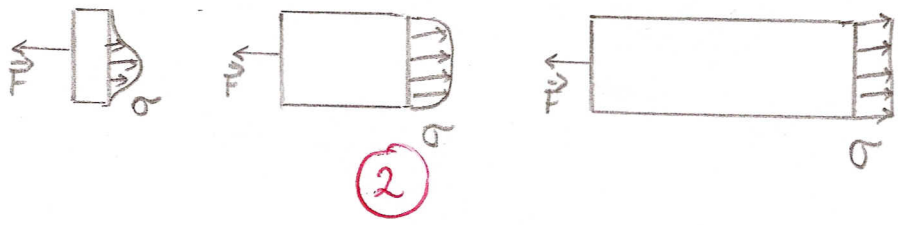
Sea S_m la resistencia a la fatiga solo con σ_a y sea σ_u el esfuerzo ultimo solo con σ_m , en el gráfico σ_a v/s σ_m se tiene



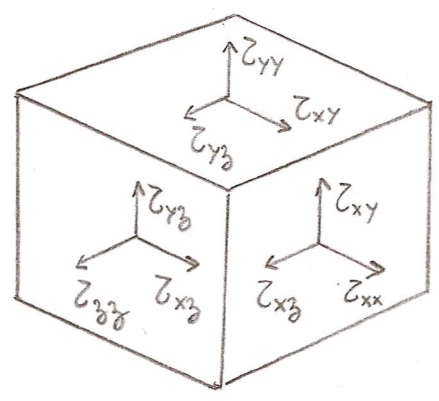
b. El principio de Saint Venant para una placa sometida a tracción con fuerzas puntuales



Si se hace un corte imaginario en B o C (lejos del punto de aplicación de F), la distribución de esfuerzo axial es aproximadamente constante. Solo en una zona cercana como A, la distribución de esfuerzo no es uniforme



c.



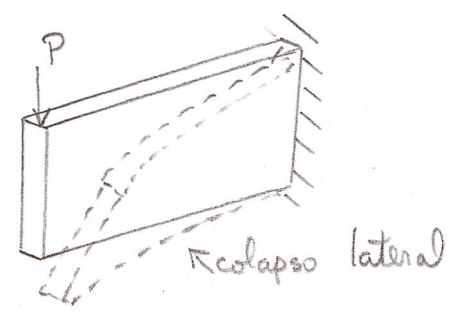
2

d. (i) Viga 'esbelta' sometida a compresión \rightarrow pandeo



(ii) Viga alta delgada sometida a flexión

2



(iii) Tubo cilíndrico de pared delgada sometido a torsión

T: torque

