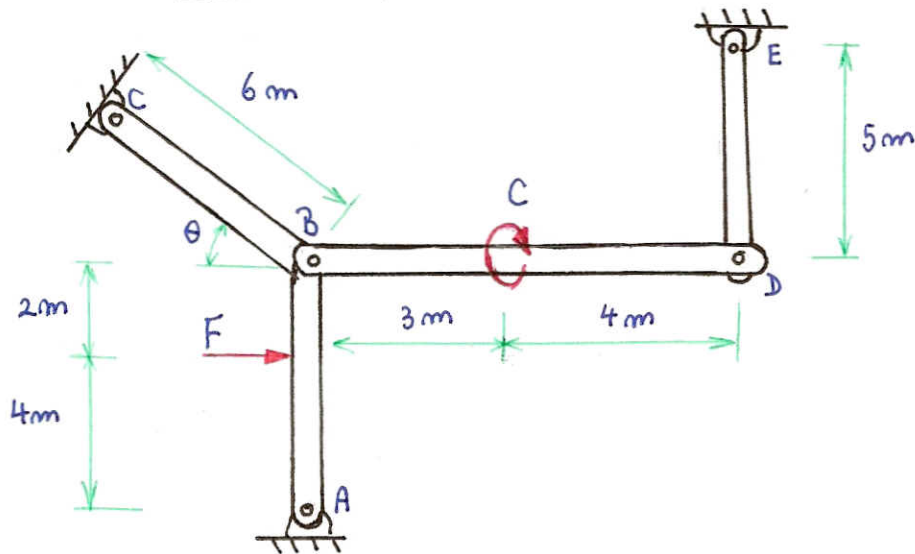
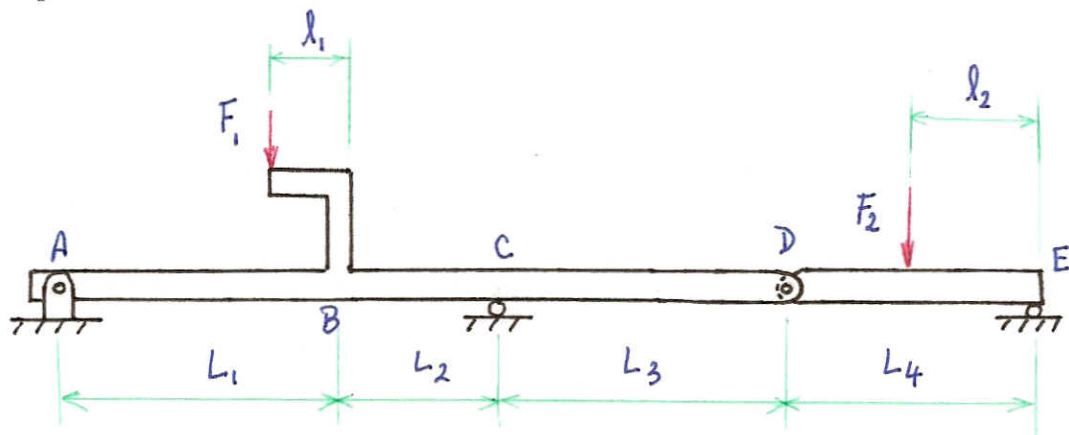


- 1) Determine las fuerzas en todas las barras y componentes del sistema (20 puntos).

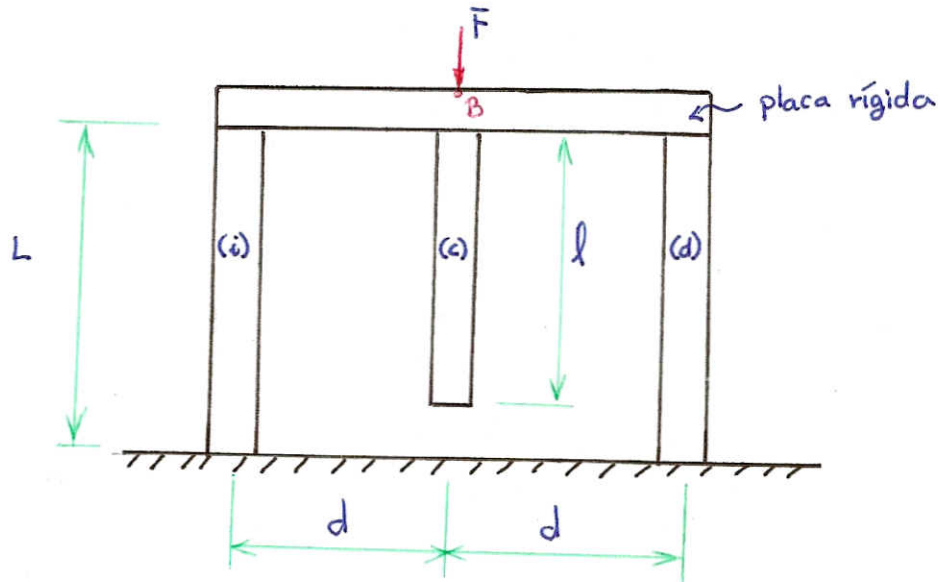
Datos: $F = 1000 \text{ N}$, $C = 400 \text{ Nm}$, $\theta = 40^\circ$



- 2) La viga de la figura está compuesta de dos vigas $ABCD$ y DE , las cuales están unidas por una articulación o pasador en D . Calcule y dibuje los diagramas $V(x)$ y $M(x)$, (20 puntos).
 Datos: $L_1 = 4 \text{ m}$, $L_2 = 2 \text{ m}$, $L_3 = 5 \text{ m}$, $L_4 = 4 \text{ m}$, $l_1 = 1 \text{ m}$, $l_2 = 2 \text{ m}$, $F_1 = 1000 \text{ N}$, $F_2 = 500 \text{ N}$



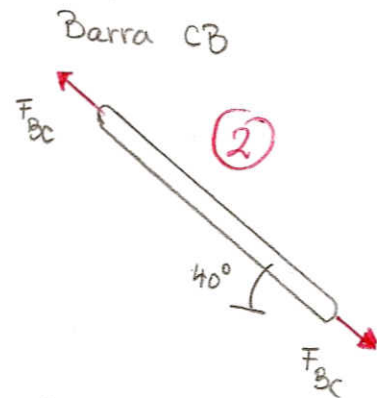
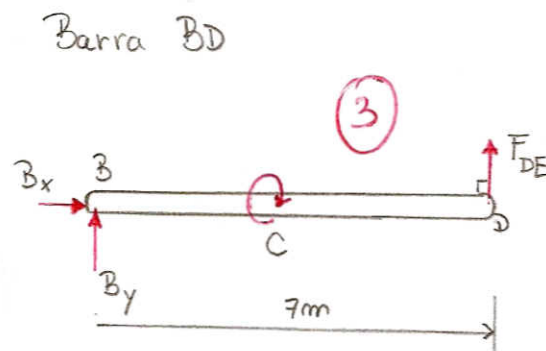
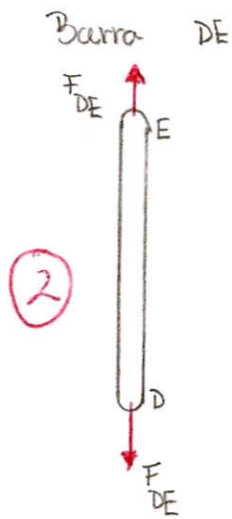
- 3) Una placa rígida está conectada a tres barras. Dos de estas barras (i) , (d) tienen igual longitud L , en tanto que la barra central (c) tiene una longitud $l < L$. Una fuerza F se aplica sobre la placa en el punto B . El área de la sección transversal de cada barra es igual a A y el módulo de elasticidad es E para las tres barras. Determine las fuerzas de reacción que se producen en cada barra y su respectivo acortamiento (20 puntos).



Problema 1

1

Diagramas de cuerpo libre

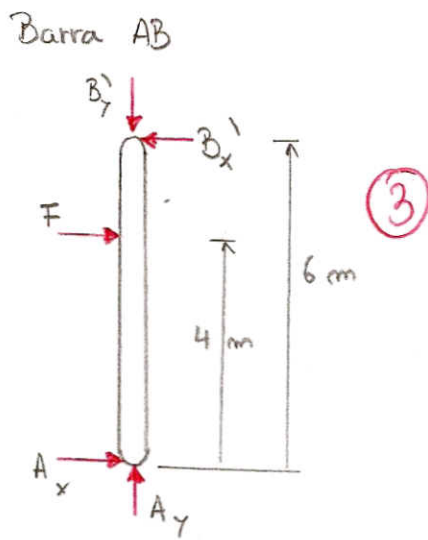


$$\sum M_B = 0 \Rightarrow F_{DE} \cdot 7 = C$$

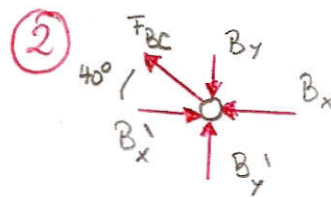
$$\Rightarrow F_{DE} = \frac{400}{7} \text{ N} \approx 57,14 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow B_y = -F_{DE} = -57,14 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow B_x = 0$$



Pasado en B



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -F_{BC} \cos 40 + B'_x = 0$$

$$\Rightarrow F_{BC} = \frac{666,67}{\cos 40}$$

$$\approx 870,27 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{BC} \sin 40 + B'_y - B_y = 0$$

$$\Rightarrow B'_y = B_y - F_{BC} \sin 40$$

$$= 57,14 - 870,27 \sin 40$$

$$\approx 502,28 \text{ N}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow B'_x \cdot 6 = F \cdot 4$$

$$\Rightarrow B'_x = \frac{4000}{6} \text{ N} \approx 666,67 \text{ N}$$

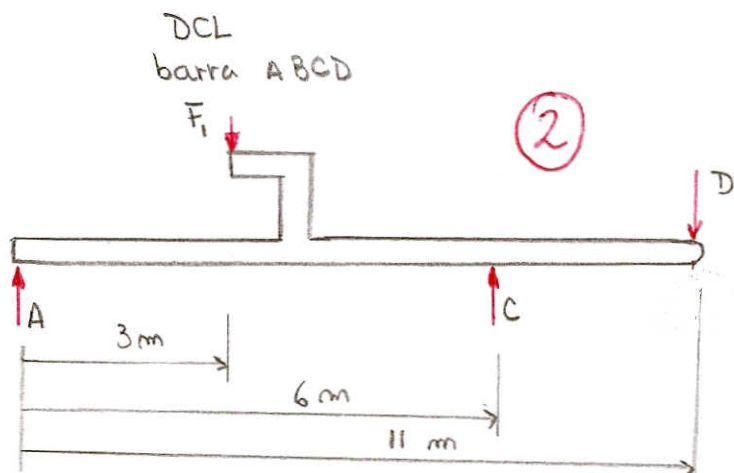
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = B'_x - F = -333,33 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = B'_y$$

Problema 2

(2)

Cálculo de reacciones en A, C, D y E



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow C \cdot 6 - F_1 \cdot 3 - D \cdot 11 = 0$$

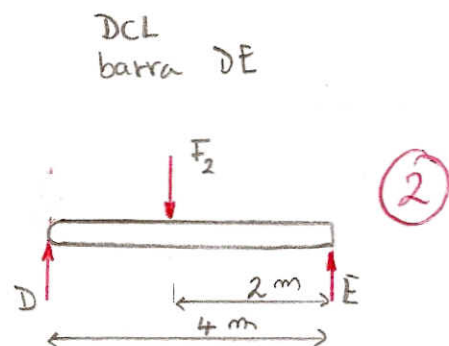
$$\Rightarrow C = \frac{F_1}{2} + D \frac{11}{6}$$

$$\approx 958,33 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A + C = F_1 + D$$

$$\Rightarrow A = F_1 + D - C$$

$$\approx 291,67 \text{ N}$$



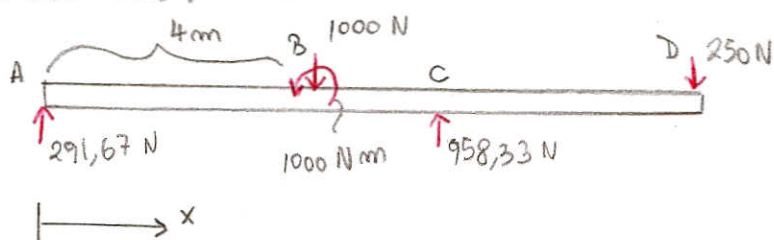
$$\sum M_E = 0 \Rightarrow -D \cdot 4 + F_2 \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow D = \frac{F_2}{2} = 250 \text{ N}$$

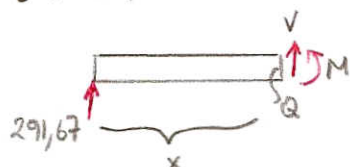
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow D + E = F_2$$

$$\Rightarrow E = 250 \text{ N}$$

Cálculo $V(x)$, $M(x)$ barra ABCD



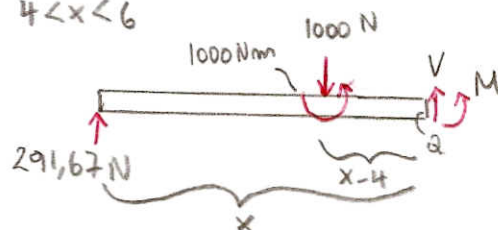
$$0 < x < 4$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V = -291,67$$

$$\sum M_Q = 0 \Rightarrow M = 291,67x$$

$$4 < x < 6$$

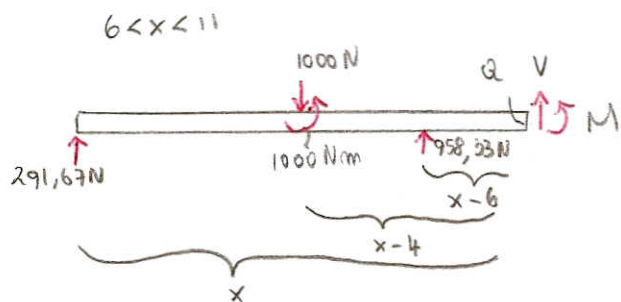


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V = 1000 - 291,67 = 708,33 \text{ N}$$

$$\sum M_Q = 0 \Rightarrow M = 291,67x - 1000(x-4) - 1000$$

$$= -708,33x + 3000 \text{ Nm}$$

3



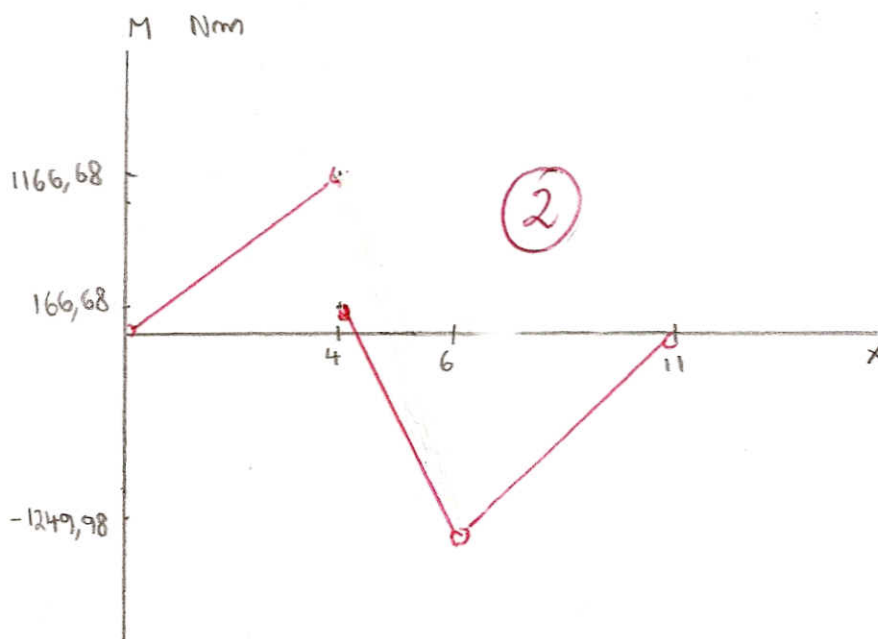
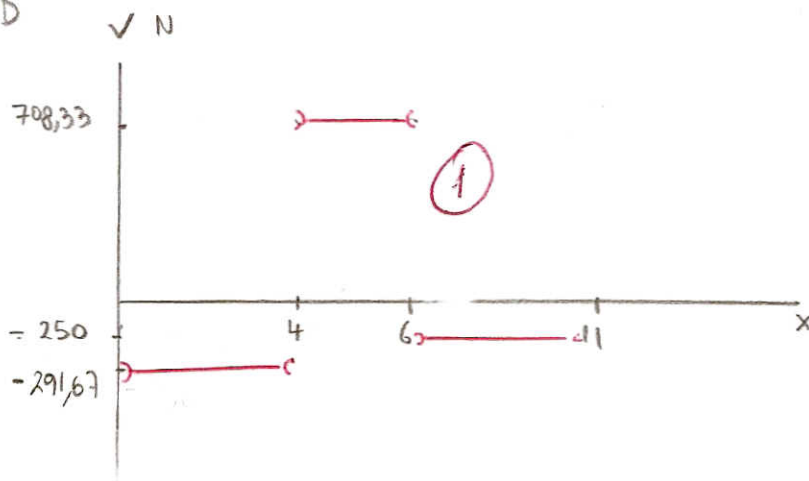
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V = 1000 - 291,67 - 958,33 = -250 \text{ N}$$

$$\sum M_z = 0 \Rightarrow M = 291,67x - 1000(x-4) - 1000 + 958,33(x-6) = 250x - 2749,98$$

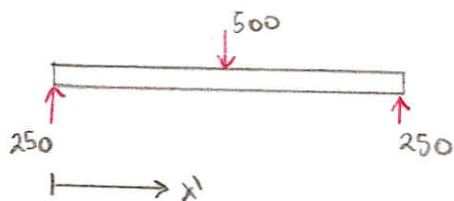
Gráficas $V(x)$, $M(x)$ barra ABCD

$$V(x) = \begin{cases} -291,67 & 0 < x < 4 \\ 708,33 & 4 < x < 6 \\ -250 & 6 < x < 11 \end{cases}$$

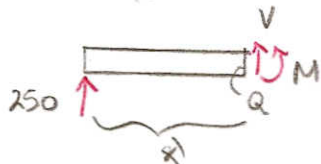
$$M(x) = \begin{cases} 291,67x & 0 < x < 4 \\ -708,33x + 3000 & 4 < x < 6 \\ 250x - 2749,98 & 6 < x < 11 \end{cases}$$



Cálculo $V(x)$, $M(x)$ barra DE



$$0 < x' < 2$$

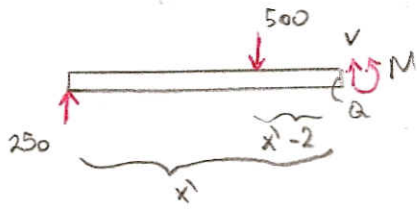


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V = -250$$

$$\sum M_z = 0 \Rightarrow M = 250x'$$

1

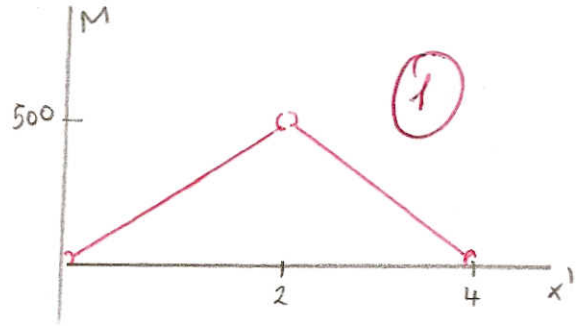
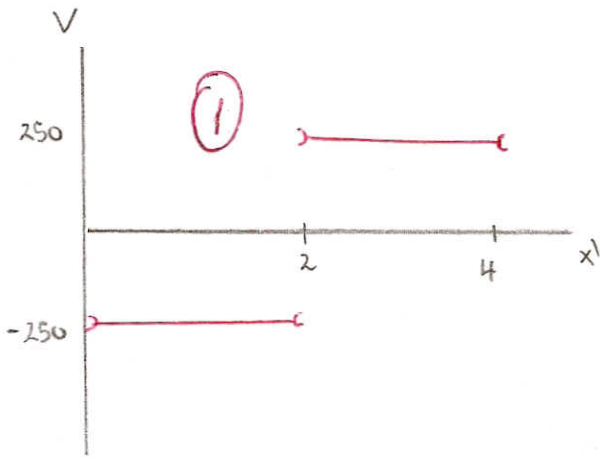
$$2 < x' < 4$$



①

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V = 500 - 250 = 250$$

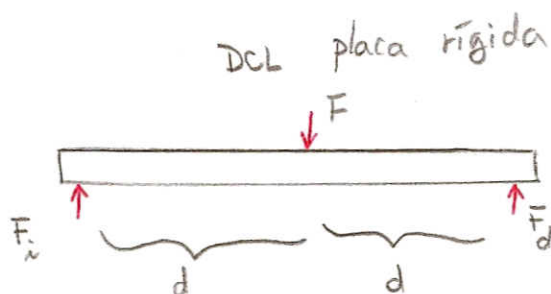
$$\sum M_z = 0 \Rightarrow M = 250x' - 500(x' - 2) = -250x' + 1000$$



Problema 3

Hay dos casos $\begin{cases} \text{la barra (c) no toca el suelo} & \textcircled{1} \\ \text{la barra (c) toca el suelo} & \textcircled{2} \end{cases}$ (3)

① La barra (c) no toca el suelo \Rightarrow barra (c) no hace fuerza sobre la placa rígida



F_i : fuerza por barra (i)
 F_d : fuerza por barra (d)

de $\sum F_y = 0$ y $\sum M_z = 0 \Rightarrow F_i = F_d = \frac{F}{2}$ (1)

Acortamiento barras (a), (d) es el mismo

$\sigma = E \epsilon$ en este caso $\sigma = \frac{F_i}{A} = \frac{F}{2A}$ (1)

$\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$

$\Rightarrow \frac{F}{2A} = E \frac{\Delta L}{L} \Rightarrow \Delta L = \frac{FL}{2AE}$ (1)

Barra (c) no toca el suelo \Rightarrow se asume

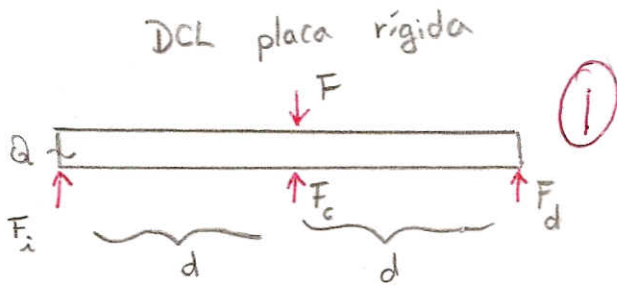
$L - \Delta L > l$

$\Rightarrow L - \frac{FL}{2AE} > l \Rightarrow (L - l) \frac{2AE}{L} > F$ (1)

restricción para F

② La barra (c) toca el suelo \Rightarrow hace fuerza sobre la placa rígida

Sea F_c : fuerza por barra (c)



por simetría es fácil ver nuevamente
 $F_i = F_d$

①

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2F_d + F_c = F$$

$$\sum M_a = 0 \Rightarrow 2dF_d + dF_c = dF$$

son equivalentes
 \Rightarrow necesitamos otra ecuación para despejar F_c, F_d

②

$$\Rightarrow 2F_d + F_c = F$$

• Ajustamiento barras (a), (d) y (c) debe producir igual largo final para (a), (d) y (c)

L_f : largo final barras (a), (d)

l_f : largo final barra (c)

$$L_f = L - \Delta L \quad \Delta L = \frac{F_d L}{AE}$$

$$l_f = l - \Delta l \quad \Delta l = \frac{F_c l}{AE}$$

③

$$L_f = l_f \Rightarrow L - \frac{F_d L}{AE} = l - \frac{F_c l}{AE}$$

Compatibilidad geométrica

$$\Rightarrow F_d \frac{L}{AE} = L - l + \frac{F_c l}{AE}$$

$$\Rightarrow F_d = \frac{l}{L} F_c + \frac{AE}{L} (L - l)$$

Luego en ① se tiene

$$2 \frac{l}{L} F_c + \frac{2AE}{L} (L - l) + F_c = F$$

$$F_c \left(\frac{2l}{L} + 1 \right) = F - \frac{2AE}{L} (L - l)$$

②

$$\Rightarrow F_c = \frac{F - \frac{2AE}{L} (L - l)}{\frac{2l}{L} + 1}$$

F_c es positivo (tracción \Rightarrow alargamiento)
 cuando $F > \frac{2AE}{L} (L - l)$