

Control 1, Resistencia de Materiales ME3202

2do semestre 2011

Profesor: R. Bustamante

1. Para el mecanismo mostrado en la Figura 1 determine las fuerzas sobre el elemento ABC . Solo considere la fuerza externa w_o y no el peso de las barras. El elemento DCG se conecta por medio de un pasador a una ranura en G (no hay roce). Las dimensiones están en metros y $w_o = 5\text{kN/m}$ (20 puntos)

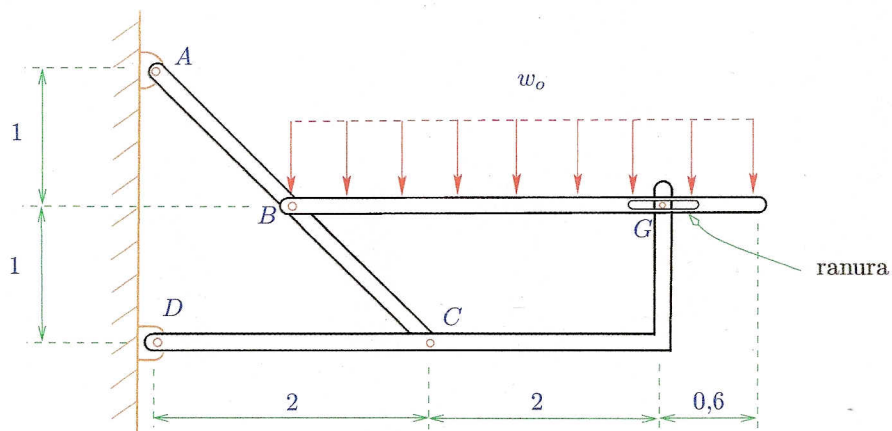


Figura 1: Mecanismo

2. En la Figura 2 tenemos dos vigas AB y CD las cuales tienen un peso de 700kgf y 600kgf , respectivamente. Determine y dibuje los diagramas para las cargas internas en la viga CD . Se tiene que $W = 1000\text{kgf}$. La masa de las vigas está uniformemente distribuida. Las longitudes están en metros. (20 puntos)

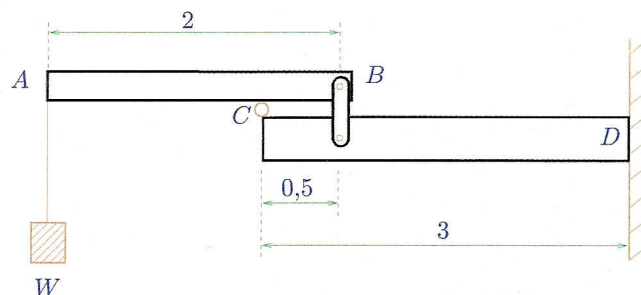


Figura 2: Vigas

3. Las barras BC , BD , BG y BH de la Figura 3 están unidas por un pasador en B y sometidas a una fuerza $F = 20\text{kN}$. Determine el desplazamiento en B . Determine la máxima fuerza F que se puede aplicar para que ninguna de las barras alcance el esfuerzo de fluencia trabajando con un factor de seguridad $FS = 1,5$. Asuma que la barra BH no muestra pandeo.
- (20 puntos)

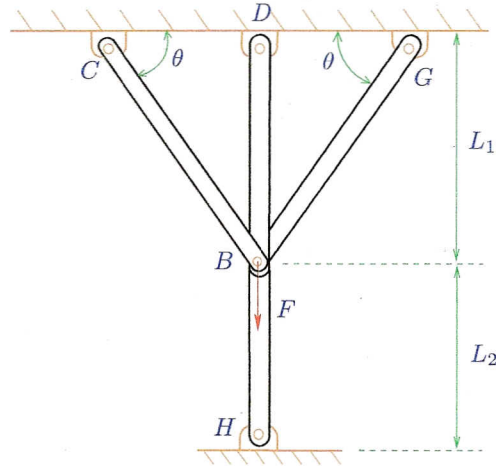


Figura 3: Barras y pasador

Datos:

Módulo de elasticidad para todas las barras $E = 210\text{GPa}$,

Esfuerzo de fluencia para todas las barras $\sigma_o = 200\text{MPa}$,

$L_1 = 2\text{m}$, $L_2 = 1\text{m}$, $\theta = 60^\circ$,

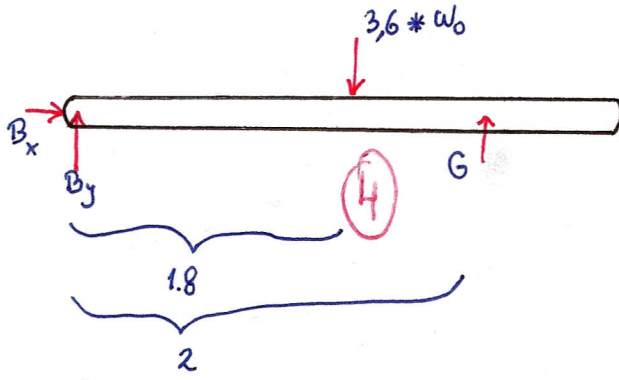
Área de la sección transversal para todas las barras $A = 8\text{cm}^2$

1)

Pauta

① DCL \overline{BG}

fuerza equivalente a w_0

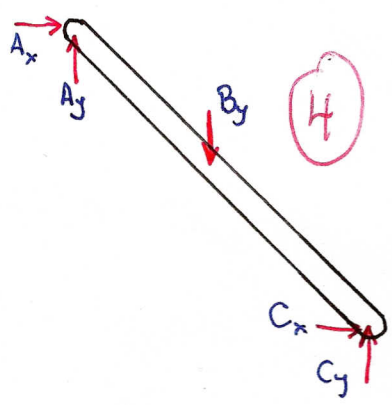


$$\sum M_B = 0 \Rightarrow G * 2 = 3,6 * w_0 * 1,8$$
$$\Rightarrow G = 10,8 \text{ kN} \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow B_y = 3,6 * w_0 - G$$
$$\Rightarrow B_y = 7,2 \text{ kN} \quad (1)$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow B_x = 0$$

DCL \overline{ABC}

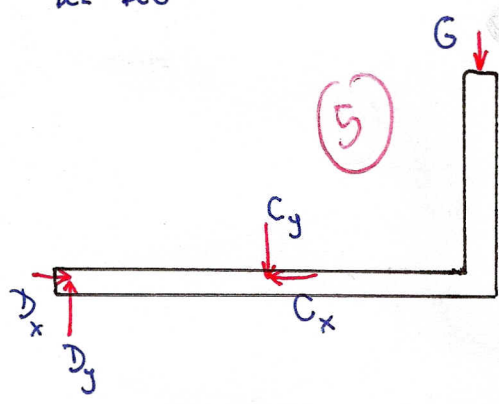


$$\sum M_A = 0 \Rightarrow C_y * 2 + C_x * 2 = B_y * 1$$
$$\Rightarrow C_x = 25,2 \text{ kN} \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = B_y - C_y = 28,8 \text{ kN} \quad (1)$$

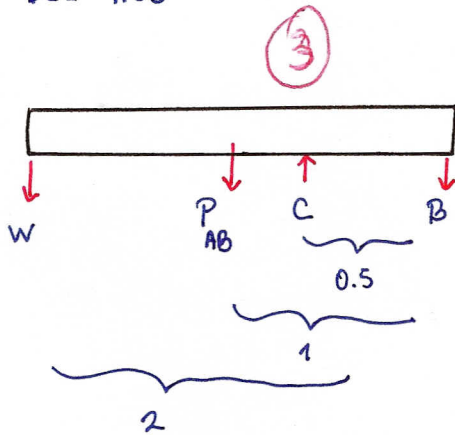
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = -C_x = -25,2 \text{ kN} \quad (1)$$

DCL \overline{DCG}



$$\sum M_D = 0 \Rightarrow C_y * 2 = -G * 4$$
$$\Rightarrow C_y = -21,6 \text{ kN} \quad (1)$$

(2)

DCL \overline{ACB} 

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow C \times 0.5 = P_{AB} \times 1 + W \times 2$$

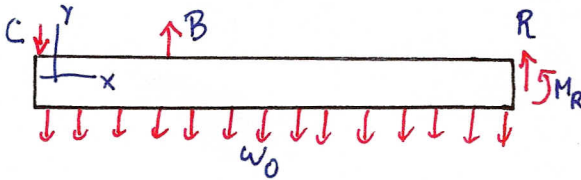
$$\Rightarrow C = 5400 \text{ kgf}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow B = -W - P_{AB} + C$$

$$= 3700 \text{ kgf}$$

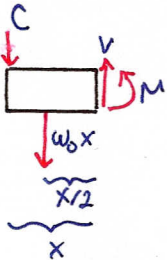
(1)

(1)

Viga \overline{CBD} 

$$w_0 = \frac{P_{CD}}{L_{CD}} = \frac{600}{3} = 200 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

(1)

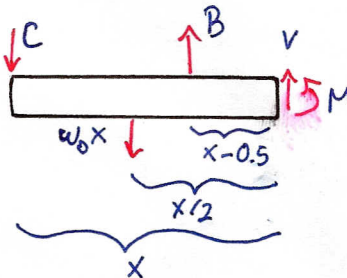
Corte $0 < x < 0.5$ 

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V = C + w_0 x = 5400 + 200x$$

$$\sum M_z = 0 \Rightarrow M = -w_0 \frac{x^2}{2} - Cx = -100x^2 - 5400x$$

(2)

(2)

Corte $0.5 < x < 3$ 

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V = C - B + w_0 x = 1700 + 200x$$

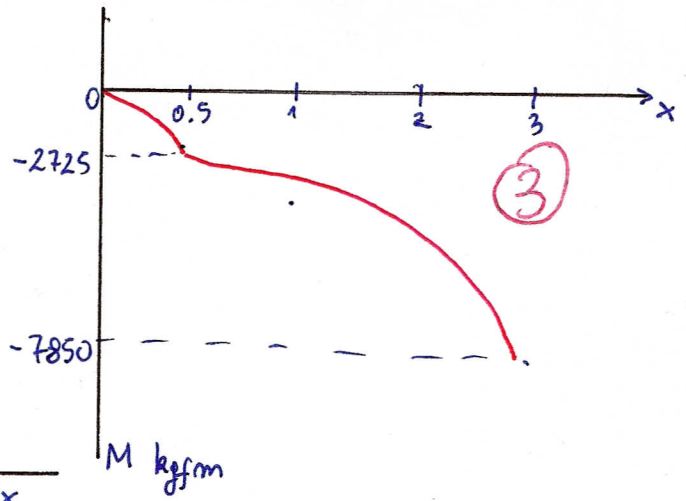
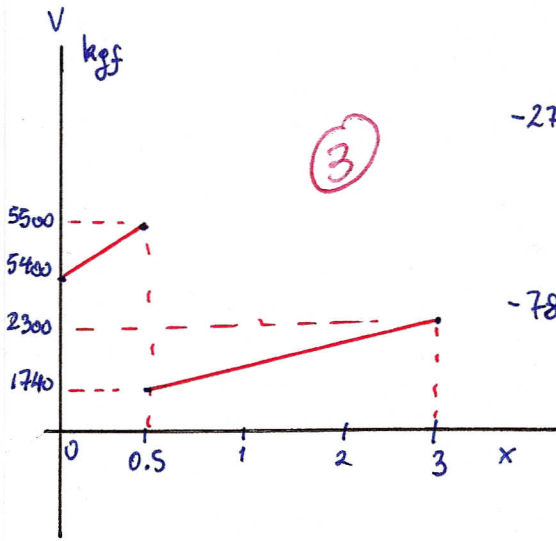
$$\sum M_z = 0 \Rightarrow M = -w_0 \frac{x^2}{2} - Cx + B(x - 0.5)$$

$$= -100x^2 - 1700x - 1850$$

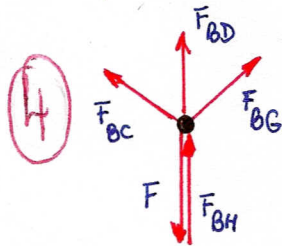
(2)

(2)

3/ Diagramas



③ Diagrama de cuerpo libre pasador en B



por simetría $F_{BC} = F_{BG}$

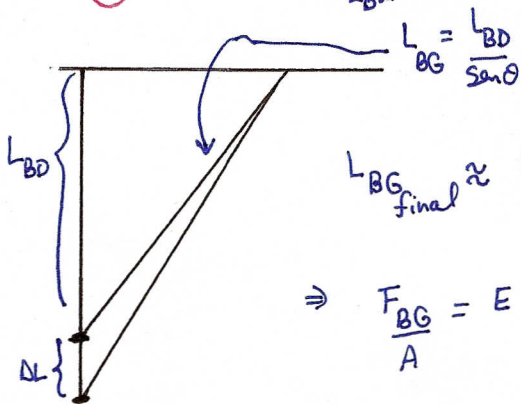
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{BH} + F_{BD} + 2F_{BG} \sin \theta = F \quad (*)$$

3 incógnitas

Sea ΔL el movimiento de B, se asumen pequeñas deformaciones

$$\Rightarrow \frac{F_{BH}}{A} = E \frac{\epsilon_{BH}}{\frac{\Delta L}{L_{BH}}} \quad (1)$$

$$\frac{F_{BD}}{A} = E \frac{\Delta L}{L_{BD}} \quad (2)$$



se asume ΔL pequeño $\Rightarrow \theta$ no cambia mucho con la deformación

$$L_{BG \text{ final}} \approx \frac{L_{BD} + \Delta L}{\sin \theta} \Rightarrow \Delta L_{BG} \approx \frac{\Delta L}{\sin \theta} \quad (3)$$

$$\Rightarrow \frac{F_{BG}}{A} = E \frac{\Delta L_{BG}}{L_{BG}} = E \frac{\Delta L}{L_{BD}} \quad (4)$$

Reemplazando F_{BH} , F_{BD} y F_{BG} en (*) queda

$$EA \frac{\Delta L}{L_{BH}} + EA \frac{\Delta L}{L_{BD}} + 2EA \frac{\Delta L}{L_{BD}} \sin \theta = F \quad (5)$$

$$\Rightarrow \Delta L = F / [EA (\frac{1}{L_{BH}} + \frac{1}{L_{BD}} + 2 \frac{\sin \theta}{L_{BD}})] \quad (6)$$

$$\Rightarrow \Delta L = 5.03154 \cdot 10^{-5} \text{ m} \quad (7)$$

5/ máximo para F ?

$$\sigma_0 = 200 \text{ MPa} \Rightarrow \underbrace{\sigma_{adm}}_{\text{admisible}} = \frac{200 \text{ MPa}}{1.5}$$

(i) barra BH

$$\sigma_{BH} = E \frac{\Delta L}{L_{BH}} = E \frac{F}{L_{BH} \left[EA \left(\frac{1}{L_{BH}} + \frac{1}{L_{BD}} + \frac{2 \sin \theta}{L_{BD}} \right) \right]}$$

$$\Rightarrow F = \frac{\sigma_{BH}}{\sigma_{adm}} L_{BH} A \left(\frac{1}{L_{BH}} + \frac{1}{L_{BD}} + \frac{2 \sin \theta}{L_{BD}} \right)$$

(ii) barra BD

$$F = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{BD}} L_{BD} A \left(\frac{1}{L_{BH}} + \frac{1}{L_{BD}} + \frac{2 \sin \theta}{L_{BD}} \right)$$

(iii) barra BG

$$F = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{BG}} \frac{L_{BG}}{\frac{L_{BD}}{\sin \theta}} A \left(\frac{1}{L_{BH}} + \frac{1}{L_{BD}} + \frac{2 \sin \theta}{L_{BD}} \right)$$

Hay que escoger el menor F de entre (i), (ii) y (iii), es fácil ver que es el caso (i) $\Rightarrow F = 252.376 \text{ kN} \leq \text{máximo}$