Control 1, Resistencia de Materiales ME3202-1
2do semestre 2013

Profesor: R. Bustamante

1. (20 puntos) El mecanismo mostrado en la Figura 1 permite levantar o bajar el bloque de peso $W = 1000$Kgf por medio de la acción del cilindro hidráulico DB. Para la posición mostrada en la figura, determine las reacciones en A y la fuerza que debe ejercer el cilindro hidráulico para que el sistema este en equilibrio[1]. Las dimensiones están en metros.

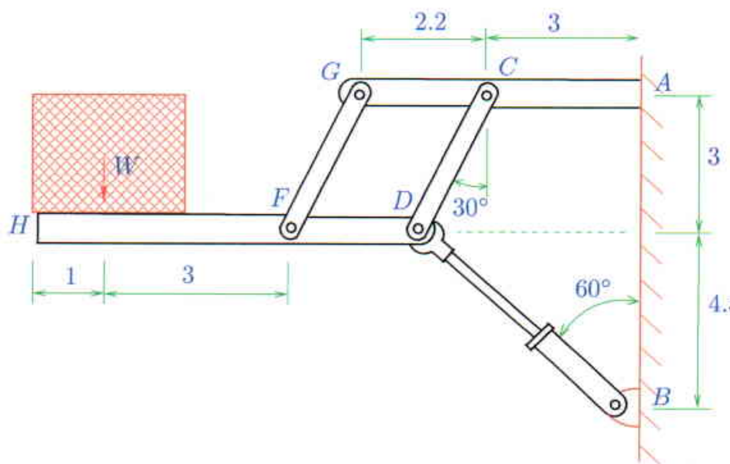


Figura 1: Mecanismo.

2. (20 puntos) Para la viga doblada ABC de la Figura 2, determine las cargas internas en función de un parámetro s que represente la posición a lo largo de la misma. La viga está bajo el efecto de una fuerza uniforme w_0 y de una puntual P. La carga puntual P se aplica en la mitad del tramo AB y su dirección es normal a la viga en ese punto.

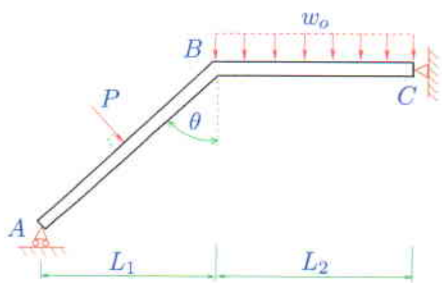


Figura 2: Viga doblada.

[1]La barra FG es paralela a DC.

Datos: $L_1 = 1\text{m}$; $L_2 = 1{,}2\text{m}$; $P = 1000\text{N}$; $w_0 = 500\text{N/m}$; $\theta = 60°$.

3. (25 puntos) En la Figura 3 tenemos una barra rígida bajo el efecto de una carga puntual P, la cual está conectada a un cable de largo inicial L_1, de diámetro de la sección ϕ_1 y módulo de elasticidad E_1. La barra rígida también está unida a dos barras elásticas de longitud L_2, diámetro de la sección ϕ_2, módulo de elasticidad E_2, largo L_3 , diámetro de la sección ϕ_3 y módulo de elasticidad E_3, respectivamente. Determine las cargas de reacción que se producen en las barras 2, 3 y en el cable 1.

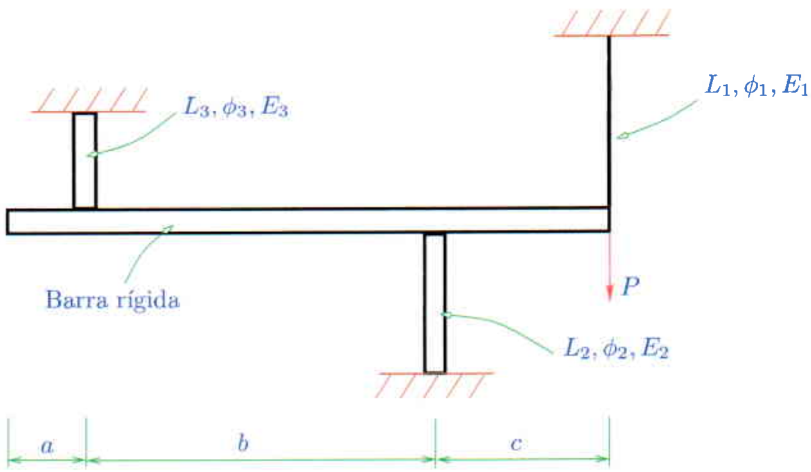


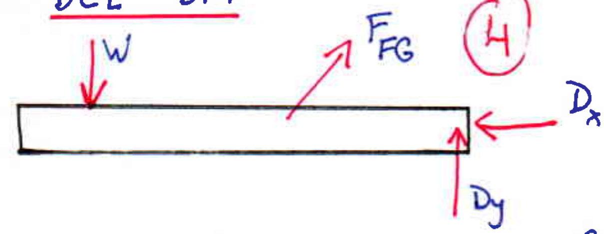
Figura 3: Barra rígida.

Datos: $a = 10\text{cm}$; $b = 70\text{cm}$; $c = 30\text{cm}$ $L_1 = 40\text{cm}$ $\phi_1 = 1/2\text{cm}$; $E_1 = 200\text{GPa}$; $L_2 = 20\text{cm}$; $\phi_2 = 2\text{cm}$; $E_2 = 150\text{GPa}$; $L_3 = 10\text{cm}$; $\phi_3 = 3\text{cm}$; $E_3 = 170\text{GPa}$; $P = 20\text{kN}$.

1

Pauta Control 1

P1 DCL DFH



4

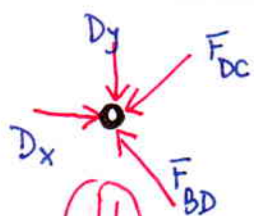
$$\sum_D M_z = 0 \Rightarrow W(3+2.2) = F_{FG}\cos 30^\circ \, 2.2$$

$$\Rightarrow F_{FG} = \frac{W * 5.2}{2.2 \cos 30^\circ} = 2729.29 \text{ kgf} \quad 1$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow D_y = W - F_{FG}\cos 30^\circ = -1363.64 \text{ kgf} \quad 1$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow D_x = F_{FG} \operatorname{sen} 30^\circ = 1364.65 \text{ kgf} \quad 1$$

DCL pasador D



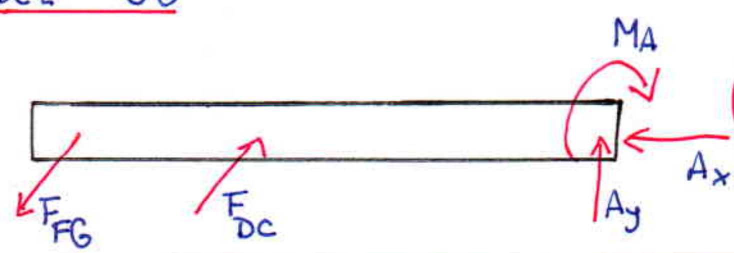
4

$$\left.\begin{aligned} \sum F_x = 0 &\Leftrightarrow D_x - F_{DC}\operatorname{sen}30^\circ - F_{BD}\operatorname{sen}60^\circ = 0 \\ \sum F_y = 0 &\Leftrightarrow F_{BD}\cos 60^\circ - F_{DC}\cos 30^\circ - D_y = 0 \end{aligned}\right\}$$

resolviendo estas dos ecuaciones para F_{DC} y F_{BD}

$$\Rightarrow F_{DC} = 1863.27 \text{ Kgf} \quad 1 \qquad F_{BD} = 500 \text{ kgf} \quad 1$$

DCL ACG



4

Luego

$$A_x = F_{DC}\,\mathrm{sen}30^\circ - F_{FG}\,\mathrm{sen}30^\circ = -433{,}01\ \mathrm{kgf}$$ 1

$$A_y = F_{FG}\cos 30^\circ - F_{DC}\cos 30^\circ = 748\ \mathrm{kgf}$$ 1

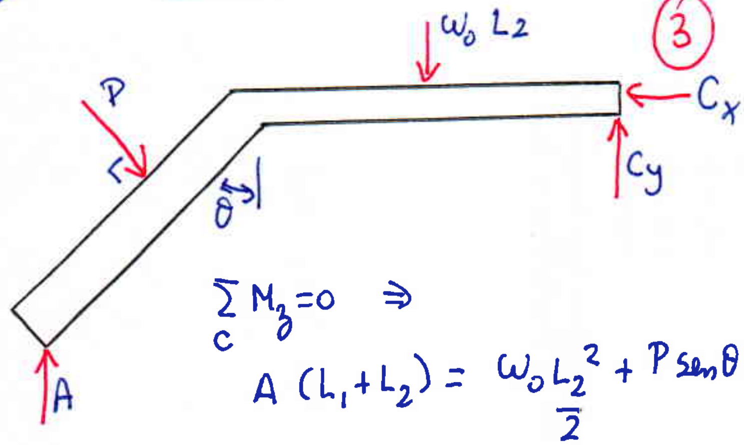
$$M_A = F_{FG}\cos 30^\circ * 5.2 - F_{DC}\cos 30^\circ * 3 = 7449.98\ \mathrm{kgfm}$$

1

3)

P2

DCL Viga completa

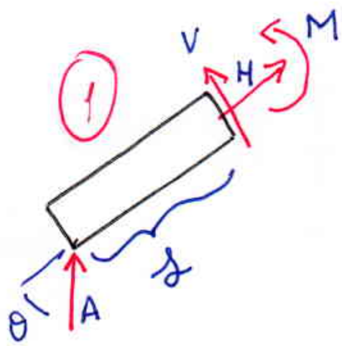


$$\sum_{C} M_z = 0 \Rightarrow$$

$$A(L_1+L_2) = w_0 \frac{L_2^2}{2} + P\,\mathrm{sen}\theta\left(\frac{L_1}{2}+L_2\right) + P\cos\theta\,\frac{L_1}{2\tan\theta}$$

$\Rightarrow A = 898.446\ \mathrm{N}$ 1

Corte imaginario $0 < s < \frac{1}{2}\frac{L_1}{\mathrm{sen}\theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$



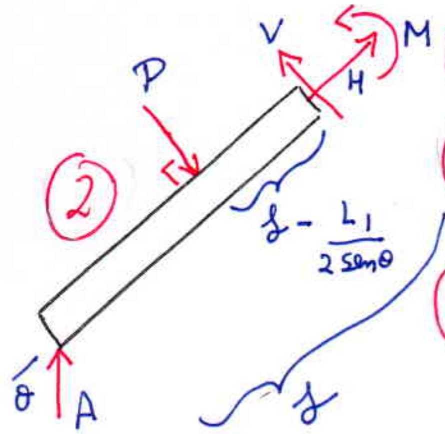
$H = -A\cos\theta = -449.223\ \mathrm{N}$ 1

$V = -A\,\mathrm{sen}\theta = -778.077\ \mathrm{N}$ 1

$M = A\,\mathrm{sen}\theta\, s$

$= 778.077\, s \quad \mathrm{Nm}$ 1

Corte imaginario $\underbrace{\frac{1}{2}\frac{L_1}{\operatorname{sen}\theta}}_{1/\sqrt{3}} < y < \underbrace{\frac{L_1}{\operatorname{sen}\theta}}_{2/\sqrt{3}}$



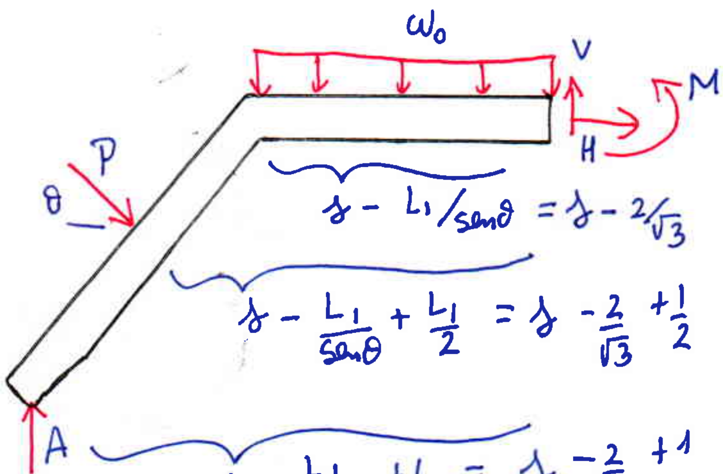
1 $H = -A\cos\theta = -449.223$ N

1 $V = -A\operatorname{sen}\theta + P = 221.923$ N

$M = A\operatorname{sen}\theta\, y - P\left(y - \frac{L_1}{2\operatorname{sen}\theta}\right)$

1 $= 778.077\, y - 1000\left(y - 1/\sqrt{3}\right)$

Corte imaginario $\underbrace{\frac{L_1}{\operatorname{sen}\theta}}_{2/\sqrt{3}} < y < \underbrace{\frac{L_1}{\operatorname{sen}\theta} + L_2}_{2.3547}$



$y - L_1/\operatorname{sen}\theta = y - 2/\sqrt{3}$ 3

$y - \frac{L_1}{\operatorname{sen}\theta} + \frac{L_1}{2} = y - \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2}$

$y - \frac{L_1}{\operatorname{sen}\theta} + L_1 = y - \frac{2}{\sqrt{3}} + 1$

5)

$$H = -P\cos\theta = -500$$ 1

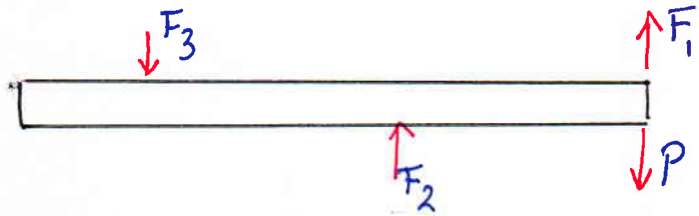
$$V = w_0\left(y - \frac{L_1}{\operatorname{sen}\theta}\right) - A + P\operatorname{sen}\theta$$ 1

$$M = A\left(y - \frac{L_1}{\operatorname{sen}\theta} + L_1\right) - P\operatorname{sen}\theta\left(y - \frac{L_1}{\operatorname{sen}\theta} + \frac{L_1}{2}\right) - P\cos\theta\,\frac{L_1}{2\operatorname{sen}\theta} - \frac{w_0}{2}\left(y - \frac{L_1}{\operatorname{sen}\theta}\right)^2$$

2

P3

DCL barra rígida



2

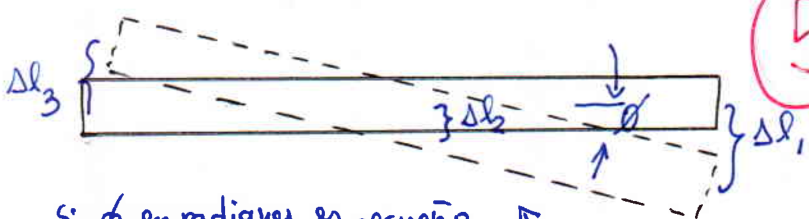
$\sum F_y = 0 \Rightarrow$ (i) 1 $F_1 + F_2 - F_3 = P$

$\sum M_{\underset{(2)}{2}} = 0 \Rightarrow$ (ii) 1 $F_1 c + F_3 b = Pc$

2 ecuaciones
3 incógnitas
F_1, F_2, F_3

- Bajo el efecto de P, la barra baja y gira

$\Rightarrow$ usar superposición



5

Si ϕ en radianes es pequeño

$\Delta l_1 \approx \Delta l_2 + \phi c$ 2 "rota" respecto a 2

$\Delta l_3 \approx \Delta l_2 - \phi b$ 2

$\varepsilon_2 = \dfrac{\Delta l_2}{L_2} = \dfrac{\sigma_2}{E_2} = \dfrac{F_2}{A_2 E_2} \Rightarrow F_2 = \dfrac{\Delta l_2 A_2 E_2}{L_2}$ 1 $A_2 = \dfrac{\pi \phi_2^2}{4}$

igualmente $F_3 = \dfrac{\Delta l_3 A_3 E_3}{L_3}$ 1 $A_3 = \dfrac{\pi \phi_3^2}{4}$

$F_1 = \dfrac{\Delta l_1 A_1 E_1}{L_1}$ 1 $A_1 = \dfrac{\pi \phi_1^2}{4}$

7] luego $F_3 = (\Delta l_2 - \phi\, b)\, \frac{A_3 E_3}{L_3}$ $\quad F_1 = (\Delta l_2 + \phi\, c)\, \frac{A_1 E_1}{L_1}$

Reemplazando en (i), (ii) tenemos

(i) $(\Delta l_2 + \phi\, c) \frac{A_1 E_1}{L_1} + \Delta l_2 \frac{A_2 E_2}{L_2} - (\Delta l_2 - \phi\, b) \frac{A_3 E_3}{L_3} = P$ 2

(ii) $(\Delta l_2 + \phi\, c) \frac{A_1 E_1}{L_1} c + (\Delta l_2 - \phi\, b) \frac{A_3 E_3}{L_3} b = P c$ 2

Resolviendo (i), (ii) para Δl_2 y ϕ tenemos

$$\Delta l_2 = \frac{A_3\, b(b+c) E_3 L_1 L_2 P}{[A_1 A_3 (b+c)^2 E_1 E_3 L_2 + A_2 E_2 (A_3 b^2 E_3 L_1 - A_1 c^2 E_1 L_3)}$$ 1

$$= 0.000111912 \text{ m}$$

$$\phi = \frac{L_1 [A_3 (b+c) E_3 L_2 - A_2 c E_2 L_3] P}{[A_1 A_3 (b+c)^2 E_1 E_3 L_2 + A_2 E_2 (A_3 b^2 E_3 L_1 - A_1 c^2 E_1 L_3)]}$$ 1

$$= 0.000150471 \text{ rad}$$

$\Rightarrow F_2 = \Delta l_2 \frac{A_2 E_2}{L_2} = 26368.8 \text{ N}$ 1

$F_3 = (\Delta l_2 - \phi b) \frac{A_3 E_3}{L_3} = 7910.63 \text{ N}$ 1

$F_1 = (\Delta l_2 + \phi c) \frac{A_1 E_1}{L_1} = 1541.87 \text{ N}$ 1