Control 1, Resistencia de Materiales ME3202, ME46A
2er semestre 2010

Profesor: R. Bustamante

1. En el elevador de automóviles de la Figura 1 los vehículos suben a la plataforma y después se alzan las ruedas traseras. Si la carga debido a estas es de 6kN, encuentre la fuerza en el cilindro hidráulico AB. Desprecie el peso de la plataforma. El miembro BCD es una palanca acodada a 90° articulada en C a la rampa. (20 puntos)

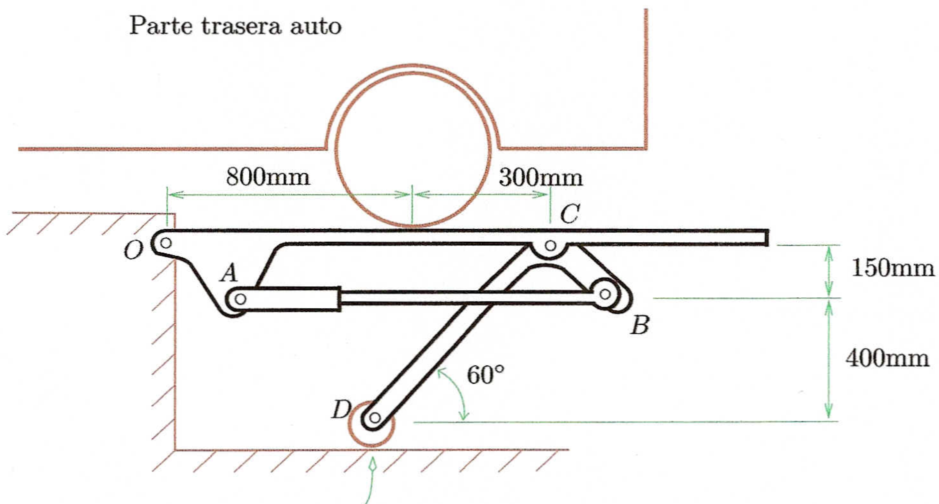


Figura 1: Rampa para auto

2. Determine las expresiones para $V(x)$ y $M(x)$ para la viga de la Figura 2. (20 puntos)

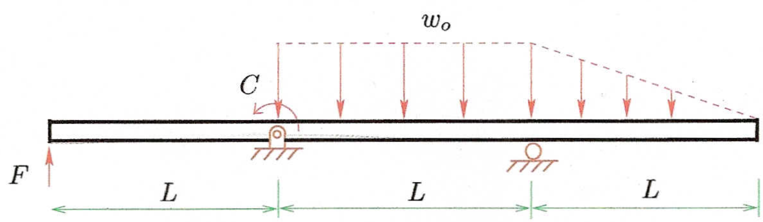


Figura 2: Viga

Datos: $F = 1000$N, $C = 200$Nm, $L = 2$m, $w_o = 500$N/m.

3. Una placa de espesor constante e está empotrada en sus dos extremos a paredes rígidas y está sometida a una fuerza puntual P como la muestra la Figura 3. Determine las reacciones causadas en las paredes. El modulo de elasticidad del material de la barra es E. (20 puntos)

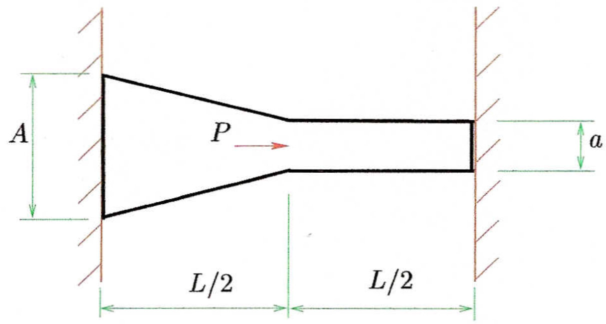
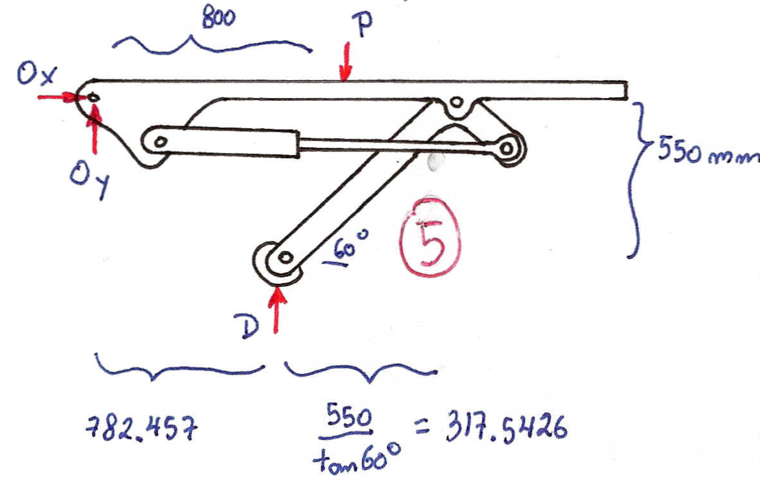


Figura 3: Barra en tracción

Pauta Control

① DCL de rampa completa



5

$$\sum_O M_z = 0$$

$$\Downarrow$$

$$D \times 782.457 = P \times 800$$

$$\Rightarrow D = \frac{6\times 10^3 \times 800}{782{,}457} \quad (2)$$

$$= 6134{,}522 \text{ N}$$

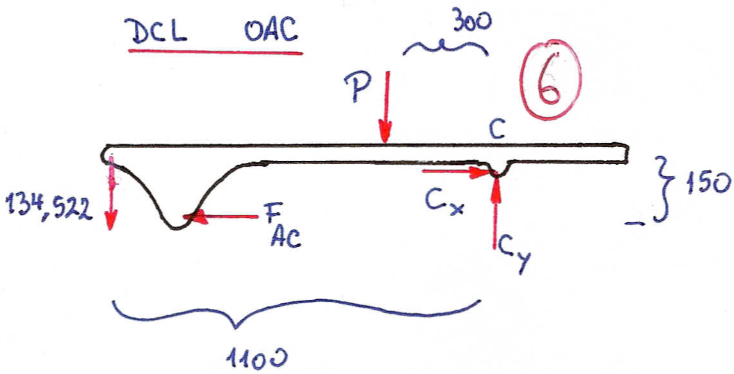
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow O_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow O_y = P - D$$

$$\Rightarrow O_y = -134.522 \text{ N}$$

2

DCL OAC

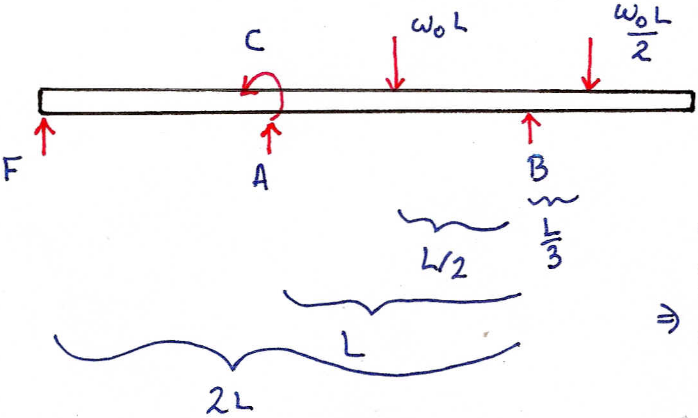


6

$$\sum_C M_z = 0 \Rightarrow \quad 134{,}522 \times 1100 + P\,300 = F_{AC}\,150 \quad (2)$$

$$\Rightarrow F_{AC} = 12986{,}495 \text{ N} \quad (3)$$

(2) Calculo reacciones soportes



(2)

$$\sum_B M_z = 0$$

$$\Rightarrow w_0 \frac{L^2}{2} + C - F2L - AL - \frac{w_0 L}{2}\frac{L}{3} = 0$$

$$\Rightarrow A = \frac{w_0 L}{2} + \frac{C}{L} - 2F - \frac{w_0 L}{6} \quad (1)$$

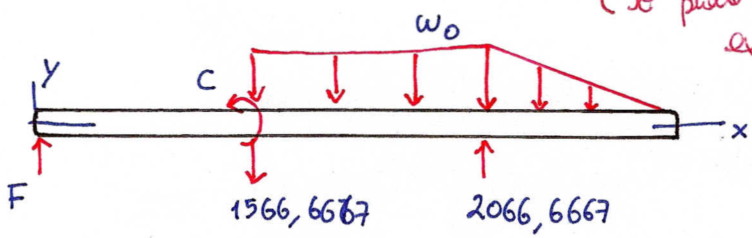
$$= -1566,6667 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F + A + B - w_0 L - \frac{w_0 L}{2} = 0 \quad (1)$$

$$\Rightarrow B = \frac{3 w_0 L}{2} - F - A = 2066,6667 \text{ N}$$

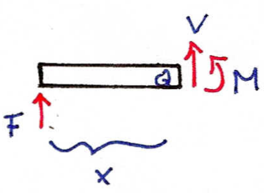
Luego se tiene

(se puede partir desde el otro extremo también)



(2)

$0 < x < L$

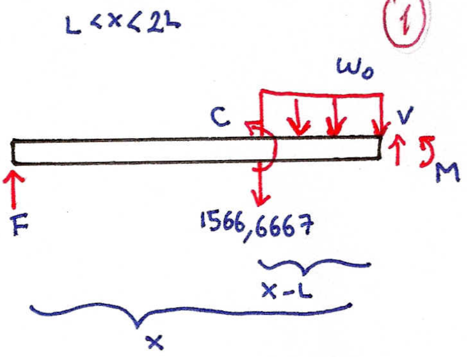


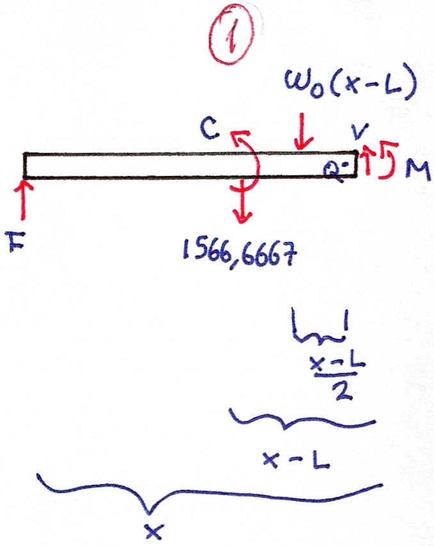
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V = -F = -1000 \text{ N} \quad (1)$$

$$\sum_a M_z = 0 \Rightarrow M = Fx = 1000x \text{ Nm} \quad (1)$$

3

$L < x < 2L$





$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V = w_0(x-L) + 1566,6667 - F$$

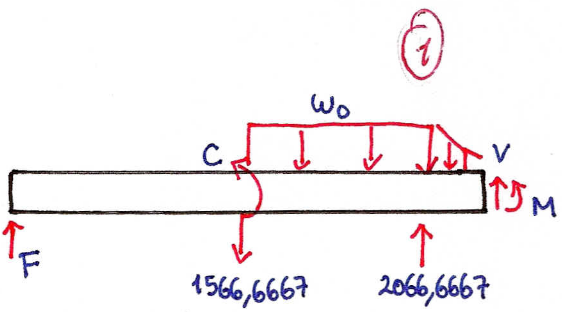
$$= 500(x-2) + 1566,6667 - 1000$$ 1

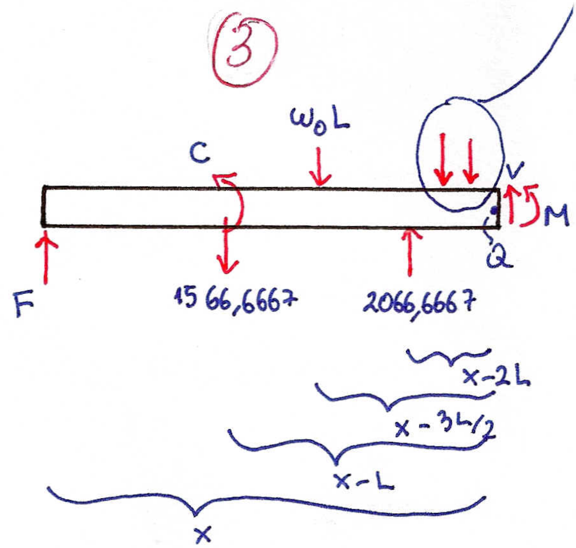
$$= 500x - 433,3333$$

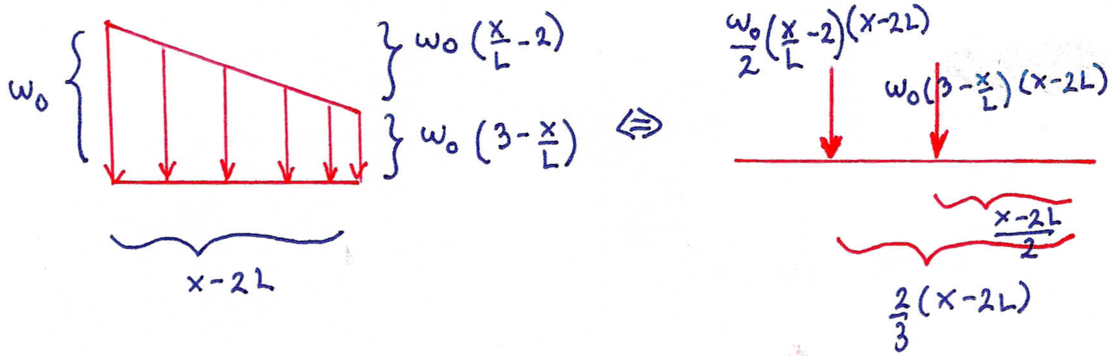
$$\sum_Q M_z = 0 \Rightarrow M = Fx - C - w_0\frac{(x-L)^2}{2} - 1566,6667\,(x-L)$$

$$= 1000x - 200 - \frac{500}{2}(x-2)^2 - 1566,6667\,(x-2)$$ 1

$2L < x < 3L$







$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \quad V = \frac{w_0}{2}\left(\frac{x}{L}-2\right)(x-2L) + w_0\left(3-\frac{x}{L}\right)(x-2L)$$

$$+ w_0 L + 1566{,}6667 - 1000 - 2066{,}6667$$

2

$$\sum_Q M_z = 0 \Rightarrow \quad M = Fx + 2066{,}6667\,(x-2L)$$

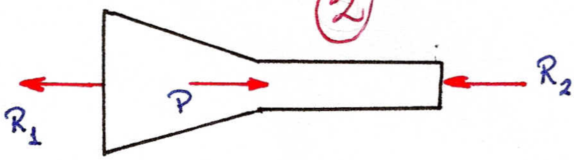
$$- 1566{,}6667\,(x-L) - w_0 L\,(x - 3L/2)$$

$$- C - \frac{w_0}{2}\left(\frac{x}{L}-2\right)\frac{2}{3}(x-2L)^2$$

$$- w_0\left(3-\frac{x}{L}\right)\frac{1}{2}(x-2L)^2$$

2

5 ③ DCL

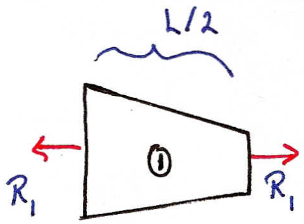


$\sum F_x = 0$

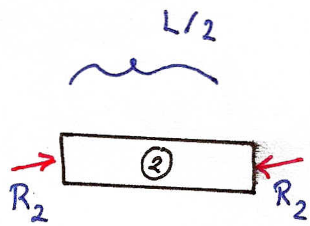
$\Downarrow$

$R_1 + R_2 = P$ 1 (**)

se hace un corte en P, poco antes y poco después de P



alarga 1



1

acorta

Paredes rígidas $\Rightarrow$ alarga = acorta (*) 2

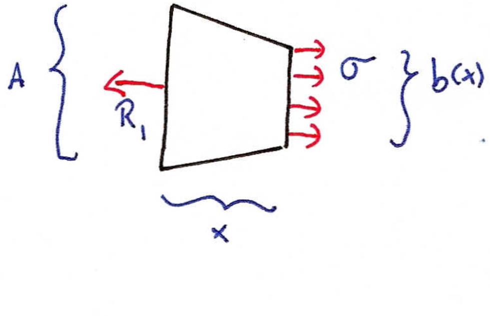
tramo ②

$$\frac{\Delta L_2}{L/2} = \frac{R_2}{A_{rea}} \frac{1}{E} \qquad A_{rea} = ae$$

$$\Rightarrow \Delta L_2 = \frac{L}{2} \frac{R_2}{ae} \frac{1}{E}$$ acorta 2

tramo ①

Sea un corte en ① a una distancia x del extremo izquierdo



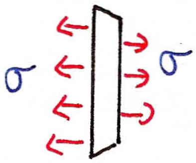
se tiene

$$b(x) = A + \frac{2}{L}(a - A)\,x$$ 2

equilibrio $\Rightarrow$ $\sigma e b = R_1$ 2

$$\Rightarrow \quad \sigma(x) = \frac{R_1}{e\, b(x)}$$

se toma un diferencial dx en 1



dx

$$\text{luego} \quad \frac{\Delta(dx)}{dx} = \frac{\sigma(x)}{E} \Rightarrow \Delta(dx) = \frac{\sigma(x)}{E}\, dx \qquad 2$$

$$\Rightarrow \underbrace{\Delta L_1}_{\text{alargamiento de } 1} = \underbrace{\int_0^{L/2} \frac{\sigma(x)}{E}\, dx}$$

$$= \int_0^{L/2} \frac{R_1}{e\,E} \frac{1}{\left[A + \frac{2}{L}(a-A)x\right]}\, dx$$

$$= \frac{R_1}{eE} \frac{L}{2(a-A)} \underbrace{\ln\left[A + \frac{2}{L}(a-A)x\right]\Big|_0^{L/2}}_{\ln a \;-\; \ln A}$$

$$= \frac{R_1}{eE} \frac{L}{2(A-a)} \ln\left(\frac{A}{a}\right) \qquad 2$$

luego de ⊛ $\quad \Delta L_2 = \Delta L_1 \qquad 1$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{L}}{\cancel{2}} \frac{R_2}{a\cancel{e}} \frac{1}{\cancel{E}} = \frac{R_1}{\cancel{e}\cancel{E}} \frac{\cancel{L}}{\cancel{2}(A-a)} \ln\left(\frac{A}{a}\right)$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{a}{(A-a)} R_1 \ln\left(\frac{A}{a}\right)$$

$$\Rightarrow (**) \qquad R_1 \left[1 + \frac{a}{(A-a)} \ln\left(\frac{A}{a}\right)\right] = P$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{P}{\left[1 + \frac{a}{(A-a)} \ln\left(\frac{A}{a}\right)\right]} \qquad 2$$