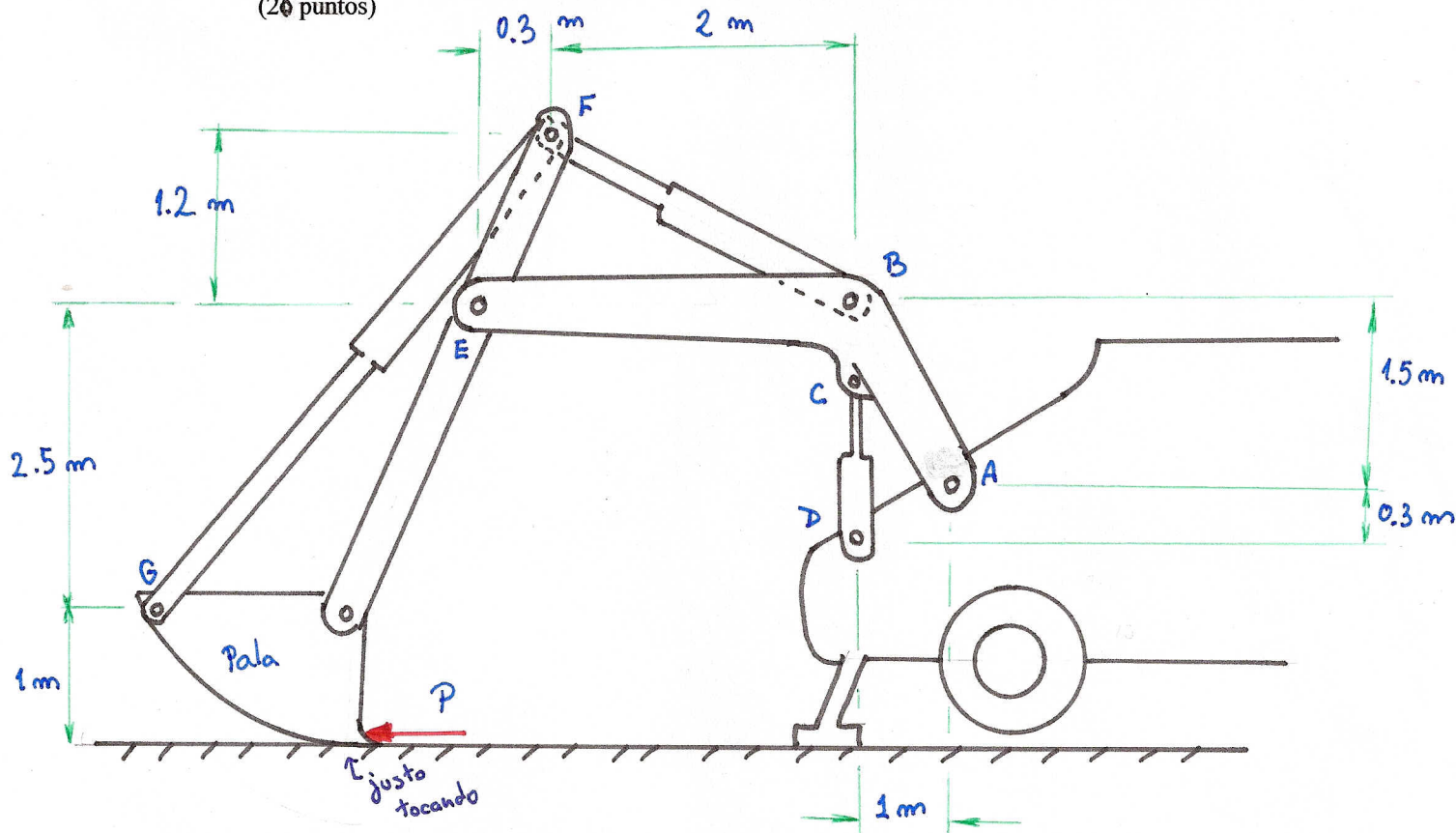
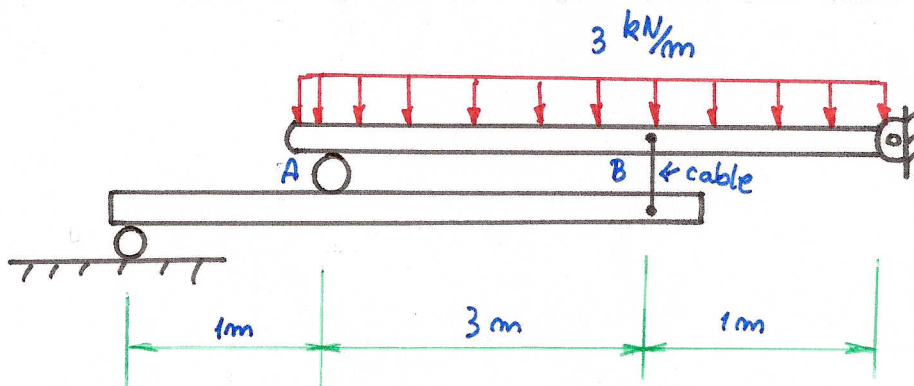


Profesor: R. Bustamante

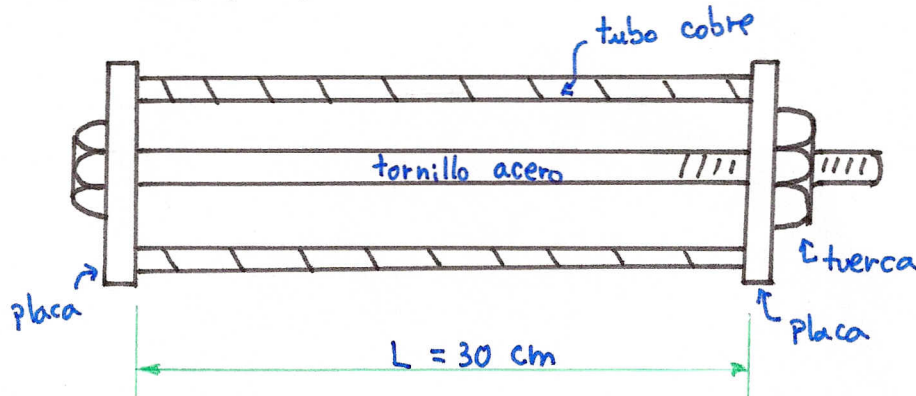
- 1) La pala de la excavadora mostrada en la figura se acciona mediante tres cilindros hidráulicos **CD**, **BF** y **FG**. En la posición indicada en la figura la fuerza que puede aplicar es $P = 15 \text{ kN}$. Si se desprecia el peso de los miembros del sistema, calcule las fuerzas en los pasadores **A** y **E**. (20 puntos)



- 2) Las dos vigas de la figura están conectadas a través de un apoyo tipo rodillo en **A** y por un cable inextensible en **B**. Dibuje diagramas de fuerza y momento internos para la viga superior. (20 puntos)



- 3) Considere la figura en donde se muestra un tornillo de acero conectado a través de placas rígidas a un tubo de cobre. ¿Qué esfuerzos se producen en el tornillo y el tubo al dar $\frac{1}{2}$ de vuelta a la tuerca del lado derecho? (20 puntos)



Datos:

Tornillo de acero

Diámetro tornillo $d = 2$ [cm]

Paso rosca tornillo $= 3$ [mm]

(El paso de la rosca es la distancia que avanza la tuerca en una vuelta completa)

Módulo de elasticidad $E_a = 200$ [GPa]

Tubo de cobre

Diámetro interior tubo $D_i = 4$ [cm]

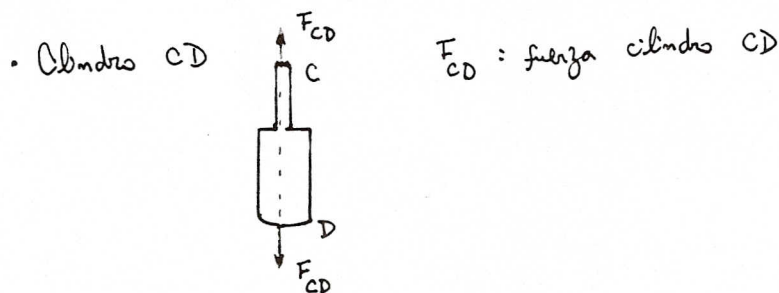
Espesor pared tubo $e = 1$ [cm]

Módulo de elasticidad $E_c = 120$ [GPa]

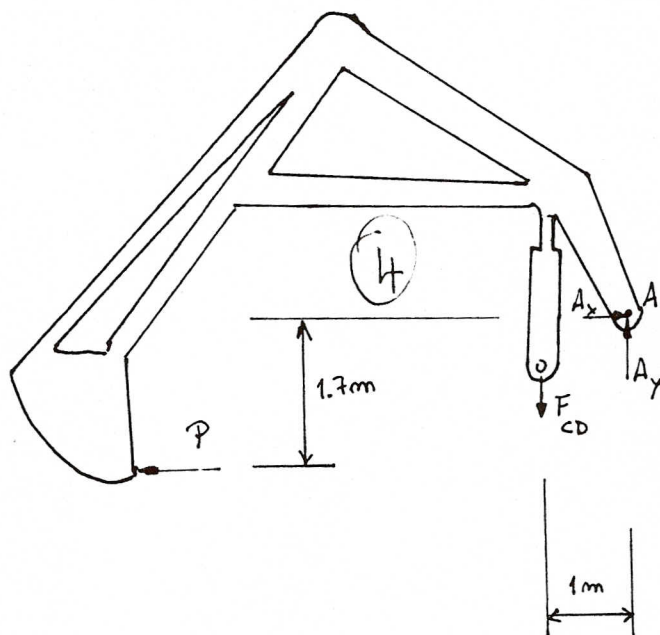
Parcial Control 1

①

- 1) Cilindros hidráulicos CD, BF y FG solo están sometidos a fuerzas en sus extremos, de modo que las fuerzas van en la dirección de los cilindros



- En A hay fuerza de reacción A_x, A_y
- Considerando primero un diagrama de cuerpo libre de todo el conjunto de la pala tenemos



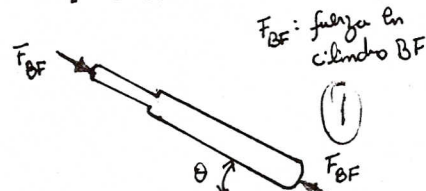
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F_{CD} \cdot 1 - P \cdot 1.7 = 0$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow F_{CD} = 1.7P = 25.5 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = P = 15 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = F_{CD} = 25.5 \text{ kN}$$

- Cilindro BF



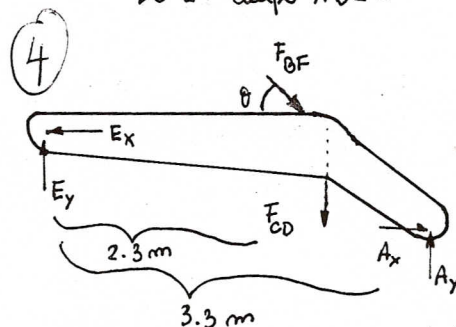
$$\theta = \arctan\left(\frac{1.2}{2}\right) \approx 31^\circ$$

$$\textcircled{2} A_x = 1.5 + A_y \cdot 3.3 - F_{CD} \cdot 2.3 - F_{BF} \sin \theta \cdot 2.3 = 0 \Rightarrow F_{BF} = 40.5 \text{ kN}$$

$$\textcircled{2} \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x + F_{BF} \cos \theta - E_x = 0 \Rightarrow E_x = 49.73 \text{ kN}$$

$$\textcircled{2} \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - F_{CD} + E_y - F_{BF} \sin \theta = 0 \Rightarrow E_y = 20.86 \text{ kN}$$

DC L. cuerpo ABCE



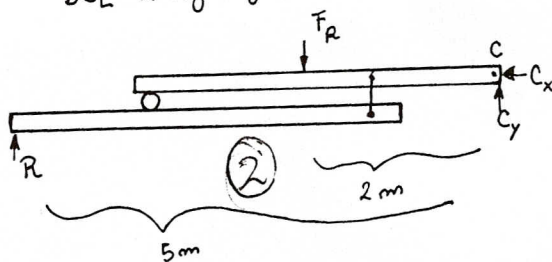
$$\sum M_E = 0$$

2) Calcular reacciones en los rodillos y fuerza cable

(2)

DCL 2 vigas juntas

$$F_R = 3 \times 4 = 12 \text{ kN}$$

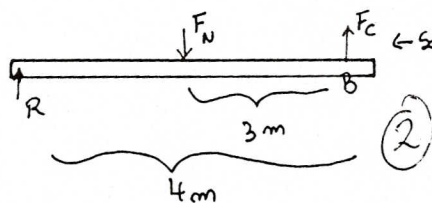


$$\sum M_C = 0 \Rightarrow F_R \times 2 - R \times 5 = 0$$

$$\Rightarrow R = F_R \frac{2}{5} = \frac{24}{5} \text{ kN}$$

(1)

DCL viga inferior



FN: normal rodillo
FC: fuerza cable

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow F_N \times 3 - R \times 4 = 0$$

$$\Rightarrow F_N = R \frac{4}{3} = \frac{24}{5} \times \frac{4}{3} \text{ kN}$$

$$= \frac{32}{5} \text{ kN}$$

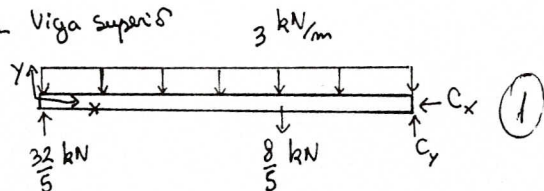
(1)

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_C + R - F_N = 0$$

$$\Rightarrow F_C = F_N - R = \frac{32}{5} - \frac{24}{5} = \frac{8}{5} \text{ kN}$$

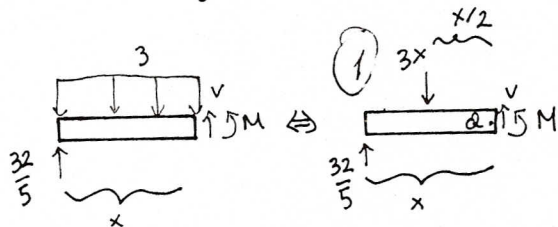
(1)

DCL Viga superior



Cortes imaginarios:

$$0 < x < 3$$



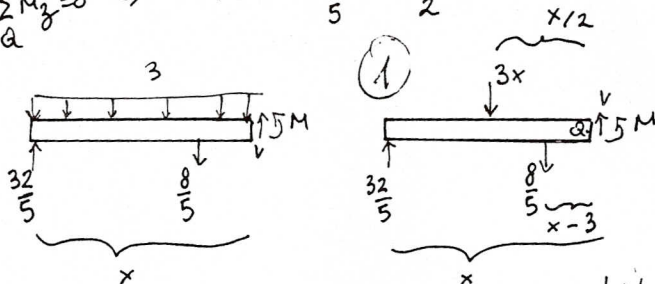
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V(x) = 3x - \frac{32}{5} \text{ kN}$$

(1)

$$\sum M_x = 0 \Rightarrow M(x) = \frac{32}{5}x - \frac{3x^2}{2} \text{ kNm}$$

(1)

$$3 < x < 4$$

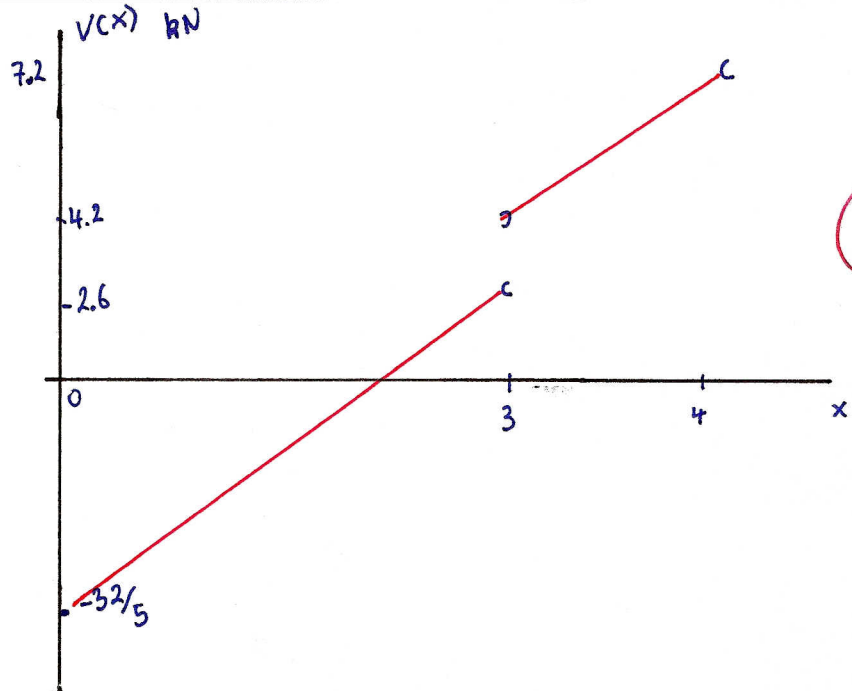


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V(x) = -\frac{32}{5} + \frac{8}{5} + 3x = 3x - \frac{24}{5} \text{ kN}$$

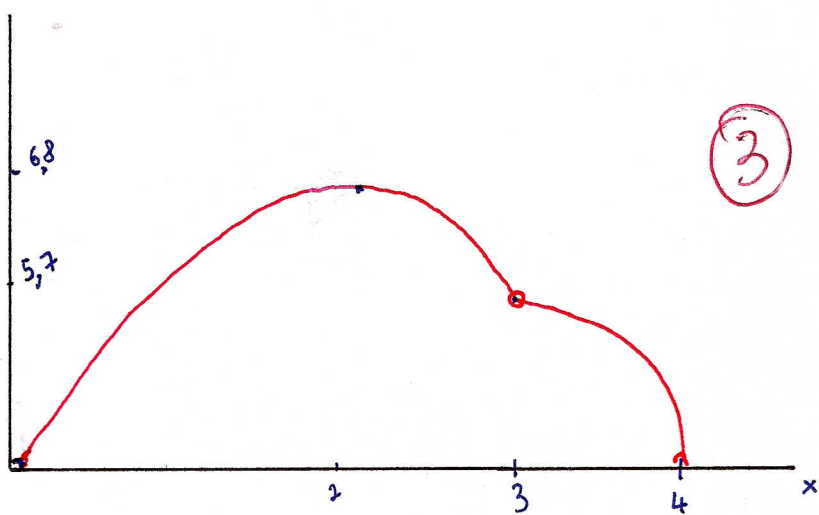
(1)

$$\sum M_x = 0 \Rightarrow M(x) = \frac{32}{5}x - \frac{8}{5}(x-3) - \frac{3x^2}{2} \text{ kNm}$$

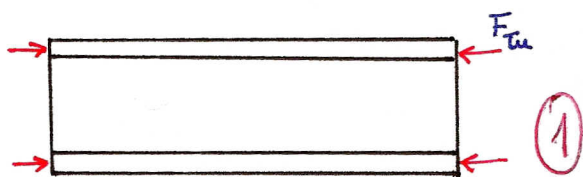
(1)



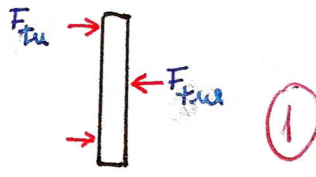
$M(x)$ kNm



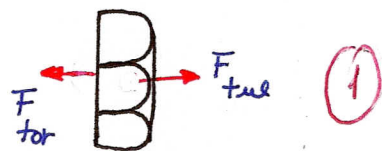
3)

DCL
tubo cúbico

F_{tu} : fuerza sobre el tubo (compresión)

DCL
Placa

F_{tue} : fuerza por tuerca

DCL
tuerca

F_{tor} : fuerza tornillo (el tornillo está en tracción)

de los diagramas se puede ver

$$F_{tu} = F_{tue} \quad \text{y} \quad F_{tue} = F_{tor}$$

sea $F_{tu} = F_{tor} = F$ \Rightarrow tubo sometido a compresión por F (3)
y tornillo sometido a tracción por F

tubo: ΔL_{tu} : acortamiento tubo
 A_{tu} : área sección tubo
 E_{tu} : módulo elasticidad tubo

$$\frac{F}{A_{tu}} \frac{1}{E_{tu}} = \frac{\Delta L_{tu}}{L} \quad (2)$$

tornillo: ΔL_{tor} : alargamiento tornillo
 A_{tor} : área sección tornillo
 E_{tor} : módulo elasticidad tornillo

$$\frac{F}{A_{tor}} \frac{1}{E_{tor}} = \frac{\Delta L_{tor}}{L} \quad (2)$$

sea S : avance de la tuerca

$$\text{se tiene } \Delta L_{tu} = \Delta L_{tor} - S \quad (4)$$

$$\Rightarrow S = FL \left(\frac{1}{A_{tor} E_{tor}} - \frac{1}{A_{tu} E_{tu}} \right) \quad (*)$$

$$E_{tu} = E_c$$

$$E_{tor} = E_a$$

$$L = 0.3 \text{ m}$$

$$A_{tor} = \frac{d^2 \pi}{4} = 3.1415 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$A_{tu} = \frac{\pi}{4} [(D_i + 2e)^2 - D_i^2] = 1.570796 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$S = \frac{1}{12} \times 3 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \text{de } (*) \quad F \approx 78536 \text{ N} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \sigma_{tubo} = \frac{F}{A_{tu}} \approx 50 \text{ MPa} \quad \text{Compresión} \quad (2)$$

$$\sigma_{tornillo} = \frac{F}{A_{tor}} \approx 250 \text{ MPa} \quad \text{tracción} \quad (2)$$