Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática

MA 3705 - Auxiliar 4

Profesor: José Soto S.
Auxiliares: Felipe Contreras S. Abner Turkieltaub M.

28 de agosto, 2014

Def: *Sea $M = (E, \mathcal{I})$ una matroide. Diremos que $e, f \in E$ son paralelos si $\{e, f\}$ es un circuito de M o $e = f$. Además, diremos que $e, f \in E$ son seriales si $\{e, f\}$ es un cocircuito o $e = f$.*

P1.

a) Demuestre que en una matroide M las relaciones «ser paralelos» y «ser seriales» son de equivalencia.

b) Sea $M = (E, \mathcal{I})$ una matroide que no contiene cocircuitos de un elemento (o *coloops*). Dos elementos $e, f \in E$ se dicen **similares** si la función ϕ que intercambia e y f es un automorfismo de M.

Demuestre que e y f son similares si y sólo si $(M/e) \setminus f = (M/f) \setminus e$.

P2.

a) Sea G un grafo. Describa los cocircuitos de la matroide $M(G)$ en términos de G.

b) Sea M una matroide. Demuestre que una base B de M siempre se tiene intersección no vacía con un cocircuito C.

c) Inspirándose en Prim y los resultados anteriores, diseñe un algoritmo para encontrar una base de peso máximo en una matroide.

Def: *Un dibujo de un grafo G es una función φ de $V(G)$ al plano y de $E(G)$ en curvas, de modo que*

- *Los extremos de $\varphi(e)$ son $\varphi(h(e))$ y $\varphi(t(e))$, $\forall e \in E(G)$.*
- *Para $e, e' \in E(G)$, $e \neq e'$, $\varphi(e)$ y $\varphi(e')$ no se cortan en su interior. Además, sólo se cortan en sus extremos si son adyacentes.*

Def: *Sea G un grafo planar y $\overline{G}$ un dibujo de G. El dual planar de G con respecto a $\overline{G}$ es el grafo G^*, donde $V(G^*)$ son las regiones del plano generadas por $\overline{G}$ y por cada arista de G, habrá una arista en G^* que una las dos regiones que la tocan en $\overline{G}$.*

P3. Sean G un grafo planar conexo y G^* el dual planar de G con respecto a cualquier dibujo $\overline{G}$. Demuestre que la matroide gráfica de G^* es el dual de la matroide gráfica de G.