



MA2202-1 Cálculo Avanzado y Aplicaciones.

Profesor: Jaime Ortega P.

Auxiliar: Ítalo Riarte C.

25 de Agosto - Primavera 2014

## Auxiliar 2

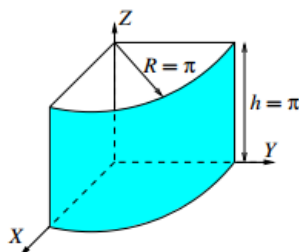
**Pregunta 1.** Sea  $\vec{F}(x, y, z) = (x, y, z)$  y  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq H\}$ , orientado de tal manera que la normal apunte 'hacia adentro'. Calcular de dos maneras

$$\int_S \vec{F} \cdot \hat{n} dA$$

(a) Directamente, mediante la definición de tal integral.

(b) Mediante algún teorema de integración.

**Pregunta 2.** Utilice adecuadamente el teorema de la divergencia, para calcular el flujo del campo  $\vec{F}(x, y, z) = (e^z \sin y + xy^2z)\hat{i} + (e^x \cos z + x^2yz)\hat{j} + x^2e^y\hat{k}$  sobre la superficie correspondiente al cuarto de manto del cilindro indicado en la figura, con la normal orientada hacia el exterior.



**Pregunta 3.** Sea  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$  una región acotada, cuyo borde  $\partial\Omega$  es una superficie orientable y regular. Sean  $f$  y  $g$  campos escalares y  $\vec{F}$  un campo vectorial donde  $f$  y  $\vec{F}$  son de clase  $\mathcal{C}^1$  y  $g$  de clase  $\mathcal{C}^2$

(a) Pruebe la identidad vectorial  $\text{div}(f\vec{F}) = \nabla f \cdot \vec{F} + f \text{div} \vec{F}$

(b) Muestre que

$$\int_{\Omega} f \Delta g \, dV = \int_{\partial\Omega} f \nabla g \cdot \hat{n} \, dA - \int_{\Omega} \nabla f \cdot \nabla g \, dV$$

(c) Sea  $u \in \mathcal{C}^2(\Omega)$  un campo escalar no nulo en  $\Omega$ , pero que se anula sobre  $\partial\Omega$ . Muestre que:

$$\Delta u = \lambda u \Rightarrow \lambda < 0$$

**Nota:** Este resultado dice que en caso de existir, los valores propios del laplaciano son negativos.