

Auxiliar 13 - Diagonalización y Cónicas

MA1102-4 Álgebra Lineal

Profesor: Jorge Amaya

Profesores Auxiliares: Felipe Garrido Lucero - Pablo Ugalde Salas

1. Diagonalización de Matrices

P1. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encuentre P invertible y D diagonal tal que $A = PDP^{-1}$.

P2. Encontrar todos los valores de los parámetros α, β de modo que la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ sea

diagonalizable.

P3. Sea $R, S \in \mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{R})$ con S invertible. Considere $A = RS$ y $B = SR$.

a) Pruebe que $v \in \mathbb{R}^n$ es vector propio de A asociado a un valor propio $\lambda \in \mathbb{R}$ ssi Sv es vector propio de B asociado al mismo valor propio $\lambda \in \mathbb{R}$. Concluya que A y B poseen los mismo valores propios.

b) Probar que $\dim(U_\lambda(A)) = \dim(U_\lambda(B))$ donde $U_\lambda(M) = \text{Ker}(M - \lambda I)$.

c) Concluya que A es diagonalizable ssi B es diagonalizable.

2. Cónicas

P4. Dibuje e identifique la cónica determinada por $x^2 + y^2 + 6xy + 4\sqrt{2}(x + y) = -2$. Explícite todo los cambios de variables que requiera.

P5. Sea $\alpha \in \mathbb{R}$ y consideremos la ecuación $\alpha x^2 + \alpha y^2 + 2(\alpha - 1)xy - \sqrt{2}x + \sqrt{2}y = 0$. Determine los valores de α para que la ecuación corresponda a cada una de las distintas cónicas conocidas.