

## Auxiliar 13 - Diagonalización y Cónicas

MA1102-4 Álgebra Lineal

*Profesor: Jorge Amaya*

*Profesores Auxiliares: Felipe Garrido Lucero - Pablo Ugalde Salas*

### 1. Diagonalización de Matrices

**P1.** Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Encuentre  $P$  invertible y  $D$  diagonal tal que  $A = PDP^{-1}$ .

**P2.** Encontrar todos los valores de los parámetros  $\alpha, \beta$  de modo que la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  sea

diagonalizable.

**P3.** Sea  $R, S \in \mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{R})$  con  $S$  invertible. Considere  $A = RS$  y  $B = SR$ .

a) Pruebe que  $v \in \mathbb{R}^n$  es vector propio de  $A$  asociado a un valor propio  $\lambda \in \mathbb{R}$  ssi  $Sv$  es vector propio de  $B$  asociado al mismo valor propio  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Concluya que  $A$  y  $B$  poseen los mismo valores propios.

b) Probar que  $\dim(U_\lambda(A)) = \dim(U_\lambda(B))$  donde  $U_\lambda(M) = \text{Ker}(M - \lambda I)$ .

c) Concluya que  $A$  es diagonalizable ssi  $B$  es diagonalizable.

### 2. Cónicas

**P4.** Dibuje e identifique la cónica determinada por  $x^2 + y^2 + 6xy + 4\sqrt{2}(x + y) = -2$ . Explícite todo los cambios de variables que requiera.

**P5.** Sea  $\alpha \in \mathbb{R}$  y consideremos la ecuación  $\alpha x^2 + \alpha y^2 + 2(\alpha - 1)xy - \sqrt{2}x + \sqrt{2}y = 0$ . Determine los valores de  $\alpha$  para que la ecuación corresponda a cada una de las distintas cónicas conocidas.