Auxiliar 11 - Preparación Control 2

MA1102-4 Álgebra Lineal

Profesor: Jorge Amaya
Profesores Auxiliares: Felipe Garrido Lucero - Pablo Ugalde Salas

P1. Considere $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ la función tal que

$$f(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} x + 2y \\ z - 4x \end{bmatrix}$$

1. Demostrar que f es una función lineal y encontrar su matriz representante.
2. Indicar la dimensión del $Ker f$ y una base del mismo.
3. Encuentre una base de $Im f$.
4. ¿Es f inyectiva? ¿Epiyectiva?

P2. Sea U un espacio vectorial de dimensión n. Sean V, W s.e.v. de U tal que

- $V \cap W = \{0\}$
- $Dim V + Dim W = n$

Demostrar que $V \oplus W = U$

P3. Sea $\mathcal{P}_n(X)$ el espacio vectorial de los polinomios con grado menor o igual a n con coeficientes reales. Demuestre que $\mathcal{P}_n(X)$ es isomorfo a $\mathbb{R}^{n+1}$.

P4. Sea $m = 2n$ con $n > 0$ y considere el conjunto $\mathcal{P}_m(X)$ de los polinomios de grado menor o igual a m con coeficientes reales. Se define el conjunto

$$V = \{p(x) \in \mathcal{P}_m(X) : \forall i \in \{0, ..., m\}, a_i = a_{m-i}\}$$

1. Probar que V es un subespacio vectorial de $\mathcal{P}_m(X)$ sobre los reales.
2. Encontrar una base de V y deduzca que su dimensión es $n + 1$.
3. Probar que $\mathcal{P}_m(X) = V \oplus \mathcal{P}_{n-1}(X)$.