

Auxiliar 2 - Teoría de Conjuntos y Funciones

MA1101-1 Introducción al Álgebra

*Profesor: Alejandro Maass**Profesores Auxiliares: Felipe Garrido Lucero - Patricio Foncea Araneda*

P1. Sean A, B, C conjuntos no vacíos. Demuestre que:

1. $A \subseteq C \Rightarrow A \setminus B = C \setminus [B \cup (C \setminus A)]$.
2. $B \setminus A \subseteq C \Leftrightarrow C^c \subseteq (B^c \cup A)$.
3. $A \cup B = A \cap C \Leftrightarrow B \subseteq C \wedge A \subseteq C$.

P2. Sean $f : E \rightarrow F$ una función y $A, B \subseteq F$. El propósito del problema es demostrar que si $f^{-1}(B) \setminus f^{-1}(A) = \emptyset \Rightarrow f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A)$. Para ello siga el esquema:

1. Demuestre que si $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A \subseteq B^c$.
2. Demuestre que $f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$.
3. Concluya.

P3. Sea $f : E \rightarrow F$ una función. Demuestre que:

1. $\forall A \subseteq F, f^{-1}(A^c) = [f^{-1}(A)]^c$.
2. $\forall A, B \subseteq F, f^{-1}(A \triangle B) = f^{-1}(A) \triangle f^{-1}(B)$.

P4 Propuesto. Sea $f : A \rightarrow B$ una función, $C \subseteq A$ y $g : C \rightarrow B$ dada por $g(x) = f(x), \forall x \in C$. Demuestre que $\forall D \subseteq B, g^{-1}(D) = C \cap f^{-1}(D)$.