MA1001-1 Introducción al Cálculo, Semestre Primavera
Profesor: Michal Kowalczyk
Auxiliar: Nicolás Tapia Rivas

Auxiliar Final

27 de Noviembre de 2014

P1. Mediante Inducción Matemática y usando la regla de l'Hôpital demuestre que:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0,\ \forall n \in \{1, 2, \ldots\}$$

P2. Calcule los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos(3x) - 1}{2x^2}$

b) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\ln(3 - x)}{e^{2(x-2)} - 1}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\arctan(x) - x}{2x - \arcsin(x)}$

d) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\ln(\operatorname{sen}(x))}{(\pi - 2x)^2}$

e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - e^{-x}}{\operatorname{sen}(x)\cos(x)}$

f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{6^x - 2^x}{\operatorname{sen}(x)}$

P3. Se definen las funciones

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^4 - x^3}}{2x} + \frac{1}{\sqrt{|x| - 1}}$$

$$g(x) = x \ln\left(e + \frac{1}{x}\right)$$

Determine dominio y asíntotas de todo tipo.

P4. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función tres veces derivable en $\mathbb{R}$ y $p(x) = 1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}x^2$ su polinomio de Taylor de orden 2 en torno a $x_0 = 0$. Se pide determinar el polinomio de Taylor de orden 2 en torno a $x_0 = 0$ para la función $g(x) = f(x^2)$.

P5. Encuentre el polinomio de Taylor de orden $n > 0$ en torno a $x_0 = 0$ de la función

$$f(x) = x^2 \ln(1 + x)$$

P6. Sea $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(kx)}{x}$, $k \neq 0$. Demuestre que se satisface la relación

$$f''(x) + \frac{2}{x} f'(x) = -k^2 f(x)$$

P7. Considere la sucesión (a_n) definida por:

$$a_1 = 1 \qquad a_{n+1} = \sqrt{\frac{4 + a_n^2}{2}},\ \forall n \geq 1$$

a) Demuestre que $1 \leq a_n < 2,\ \forall n \in \mathbb{N}$.

b) Demuestre que (a_n) es estrictamente creciente.

c) Justifique la convergencia de (a_n) y calcule su límite.