

MA1001-1 Introducción al Cálculo, Semestre Primavera**Profesor:** Michal Kowalczyk**Auxiliar:** Nicolás Tapia Rivas**Auxiliar 7**

24 de Septiembre de 2014

P1. Desde cada extremo de un segmento recto dibujado en el suelo de longitud $2a$, la elevación angular de una montaña es θ , y desde el punto medio de tal segmento la elevación angular es ϕ . Demuestre que la altura h de la montaña está dada por:

$$h = a \sin(\theta) \sin(\phi) \sqrt{\csc(\phi + \theta) \csc(\phi - \theta)}$$

P2. Demuestre las siguientes identidades trigonométricas.

- $\frac{1 - \sin(2x)}{\cos(2x)} = \frac{1 - \tan(x)}{1 + \tan(x)}$
- $\alpha + \beta + \gamma = \pi \Rightarrow \sin(\alpha) + \sin(\beta) + \sin(\gamma) = 4 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)$

Indicación: Para el último, aproveche el cambio $\gamma = \pi - (\alpha + \beta)$ y recuerde que $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$.

P3. Resuelva las siguientes ecuaciones trigonométricas.

1. $\cos(x) + 1 = \sin(x)$
2. $\sin(2x) + \cos(2x) = \tan(x)$

P4.

1. Suponga una rueda de radio R que rota con su centro siempre en el origen de un sistema de coordenadas cartesiano, de modo que completa una vuelta por unidad de tiempo. El extremo de una varilla de largo L ($L > R$) se encuentra adosado a un punto de la rueda, mientras que su otro extremo solo puede moverse a lo largo de la parte positiva del eje X . En el instante $t = 0$, el extremo de la varilla adosada en la rueda está en el punto $(0, R)$. Determine una expresión explícita de $x(t)$ en términos de t , siendo $x(t)$ la posición en el eje X del extremo no adosado a la rueda en cada instante.
2. Suponga un paralelogramo $ABCD$ con perímetro $2p$ y diagonal $AD = d$ con ángulo opuesto α . Considere que $0 < \alpha < \pi$ y que $p > d$. Suponga que S es el área de $ABCD$.
 - a) Muestre que $S = ab \sin(\alpha)$, donde a y b son las longitudes de los trazos AB y BD respectivamente.
 - b) Muestre que $S = \frac{p^2 - d^2}{2} \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$.
 - c) Suponiendo que $a = b$, encuentre una expresión para S que solo dependa de p y d .