MA1001-1 Introducción al Cálculo, Semestre Primavera
Profesor: Michal Kowalczyk
Auxiliar: Nicolás Tapia Rivas

Auxiliar 4

27 de Agosto de 2014

Ecuaciones canónicas de cónicas:

Parábola: $y - y_0 = a(x - x_0)^2$ o $x - x_0 = a(y - y_0)^2$

Elipse: $\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$

Hipérbola: $\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$ o $\frac{(y - y_0)^2}{a^2} - \frac{(x - x_0)^2}{b^2} = 1$

Las *asíntotas* de la hipérbola de ecuación $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$ son las rectas dadas por:

$$y - y_0 = \pm\frac{b}{a}(x - x_0)$$

P1. Considere la circunferencia $x^2 + y^2 = r^2$ y su punto superior $A(0, r)$. Por un punto $P(x_0, y_0)$ cualquiera de la circunferencia se traza la recta AP, la cual corta al eje OX en un punto Q. Demuestre que el Lugar Geométrico de la intersección de la recta OP (O es el origen) con la vertical por Q es una parábola. Exprese la ecuación de esta parábola en su forma canónica y determine su vértice.

P2. Considere la cónica de ecuación:

$$x^2 + \frac{y^2}{4} + 4x = 2y - 7$$

1. Encuentre su forma canónica y distinga qué tipo de cónica es. Grafique.
2. Considere el punto fijo $A(0, p)$. Considere un punto P que se mueve a lo largo de la cónica anterior y sea M el punto medio del trazo AP. Encuentre el lugar geométrico de M. En caso de ser una cónica entregue su ecuación canónica y mencione de qué tipo es.

P3. Un triángulo ABC isósceles con $AB = CB$ varía de tal manera que su vértice A permanece fijo en el punto $A(-a, 0)$, su vértice B se mueve sobre el eje OY y el lado CB es horizontal. Determinar la ecuación que satisface el vértice C. Grafique.

P4. Un punto P cualquiera de la elipse de ecuación $x^2 + 4y^2 = a^2$ $(a > 0)$ se une con los puntos extremos del eje mayor de la elipse $A(-a, 0)$ y $B(a, 0)$. La rectas AP y BP cortan a las rectas verticales $x = a$ y $x = -a$ en los puntos C y D respectivamente. Demuestre que las rectas OC y OD (O es el origen) son perpendiculares.